НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР "КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ"

ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

СЕРИЯ:

Физика ядерных реакторов

Издаётся с 1989 г.

ВЫПУСК 1

2020

Журнал "Вопросы атомной науки и техники" был учреждён в 1970 г. Министерством среднего машиностроения СССР и включал в себя несколько серий по различным направлениям атомной отрасли. До 1989 г. статьи по проблематике физики ядерных реакторов публиковались в выпусках "Физика и методы расчёта ядерных реакторов" (с 1981 г. ИАЭ им. И.В. Курчатова) и "Динамика ядерно-энергетических установок" (НИИ Механики ННГУ) в составе серии "Физика и техника ядерных реакторов", а также в серии "Импульсные реакторы и простые критические сборки" (ВНИИЭФ). В настоящее время издание указанных выпусков и серии прекращено и статьи по соответствующей тематике публикуются в журнале "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Физика ядерных реакторов" (ВАНТ. ФЯР), учреждённом в 1989 г. Национальным исследовательским центром "Курчатовский институт".

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ВАНТ. ФЯР —

ПИ № ФС77-66041 от 10.06.2016.

Международный классификатор — ISSN 0205-4671.

Подписной индекс 32067 в каталоге "Газеты. Журналы" Агентства "Роспечать".

Выходят пять выпусков в год.

Тематика журнала ВАНТ. ФЯР:

ядерные реакторы и ядерно-энергетические установки (ЯЭУ) различного типа и назначения, импульсные реакторы, критические сборки; теория ядерных реакторов и ЯЭУ, методы расчёта, вычислительные программы; экспериментальные методы, приборы и установки; расчётнотеоретические и экспериментальные исследования ядерных реакторов и ЯЭУ; динамика ядерных реакторов и ЯЭУ, контроль и управление; ядерная безопасность; радиационная защита; радиационная безопасность; гидродинамика и теплообмен; физико-технические проблемы ЯЭУ; исследования характеристик материалов и их изменения под воздействием облучения; обеспечение безопасной эксплуатации АЭС и других ядерных установок; топливный цикл ядерной энергетики; отдельные аспекты и общие проблемы ядерной энергетики.

Тематика журнала соответствует специальностям 01.04.01, 01.04.14, 05.13.18, 05.14.03 и 05.26.05 Номенклатуры специальностей научных работников.

Рукописи, поступающие в редакцию журнала, рецензируются.

Журнал включён в Перечень рецензируемых научных изданий ВАК, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание учёных степеней кандидата и доктора наук.

Электронные копии журнала находятся в базе данных Научной Электронной Библиотеки www.elibrary.ru и на сайте НИЦ "Курчатовский институт" http://nrcki.ru/catalog/index.shtml?g_show=37331.

Журнал включён в Российский индекс научного цитирования (РИНЦ).

С 2011 г. статьи из журнала публикуются в переводе на английский язык в специальных выпусках журнала "Physics of Atomic Nuclei" (перевод российского журнала "Ядерная физика"), издаваемого компанией PLEIADES PUBLISHING Ltd (ISSN 1063-7788 — печатная версия, ISSN 1562-692X — электронная версия). Журнал "Physics of Atomic Nuclei", включая выпуски с переводными статьями из журнала "Boпросы атомной науки и техники. Серия: Физика ядерных реакторов", индексируется в Web of Science, SCOPUS, Science Citation Index, INIS Atomindex и др.

Редакционная коллегия:

Главный редактор — Ю.М. Семченков (НИЦ "Курчатовский институт").

Заместители главного редактора: С.М. Зарицкий (НИЦ "Курчатовский институт"),

В.Ф. Колесов (ФГУП "РФЯЦ — ВНИИЭФ"), В.М. Махин (АО ОКБ "ГИДРОПРЕСС").

Секретариат: Е.А. Старостина (НИЦ "Курчатовский институт"),

Е.В. Куличкова (ФГУП "РФЯЦ — ВНИИЭФ"), Н.А. Ясколко (АО ОКБ "ГИДРОПРЕСС").

Члены редколлегии: П.Н. Алексеев, Е.В. Бурлаков, В.Е. Велихов, А.Ю. Гагаринский, А.А. Ковалишин,

Н.Е. Кухаркин, М.П. Лизоркин, В.А. Павшук, В.А. Сидоренко (НИЦ "Курчатовский институт"),

С.В. Воронцов, А.С. Кошелев, В.Х. Хоружий (ФГУП "РФЯЦ — ВНИИЭФ"),

А.В. Лукин, Ю.А. Соколов (ФГУП "РФЯЦ — ВНИИТФ"),

А.Н. Шмелёв, Н.В. Щукин (НИЯУ МИФИ),

Ю.А. Безруков, А.А. Николаев, В.П. Семишкин, М.А. Увакин, А.Н. Чуркин (АО ОКБ "ГИДРОПРЕСС").

При перепечатке и цитировании ссылка на журнал обязательна.

Перепечатка материалов допускается только с письменного разрешения редакции.

Вопросы атомной науки и техники. Серия: Физика ядерных реакторов. 2020 г., вып. 1

СОДЕРЖАНИЕ

Гагаринский А.Ю., Кухаркин Н.Е., Сидоренко В.А. Шестьдесят лет без Курчатова......4 Жердев Г.М., Кислицына Т.С., Николаев М.Н. Анализ ковариационных данных для урана-2358 Моряков А.В. Метод линейного возмущения оператора при решении задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка большой размерности с применением параллельных вычислений20 Моряков А.В. Метод "лавины" численного решения задачи Коши для систем обыкновенных линейных дифференциальных уравнений......26 Гуревич М.И. Замечания к статье А.В. Морякова "Метод "лавины" численного решения задачи Коши для систем обыкновенных линейных дифференци-Бояринов В.Ф., Фомиченко П.А. Расчёт параметров нейтронной кинетики для двумерных тестов международного бенчмарка C5G7-TD по программе Васекин В.Н., Падун С.П. Оценка эффективности системы внутриреакторного контроля потока нейтронов в активной зоне реактора на быстрых Гольиев А.О., Давиденко В.Д., Бахтин В.А., Колганов А.С. Адаптация программы СТАРТ4 для расчёта быстрых нестационарных процессов в исследовательском реакторе......49 Аль-Шамайлех А.И., Соловьев Д.А., Семенов А.А., Шукин Н.В., Джарум Б., Танаш Х.А. Методика определения времени до выхода на МКУ для ВВЭР 56 Глазков О.В., Щукин Н.В., Семенов А.А., Соловьев Д.А., Дружаев А.А. Диагностика уменьшения проходного сечения (засорения) водяных коммуникаций ТК РБМК-100061 Каминский А.С., Турбина Т.А., Гордеев Э.Г., Павшук В.А. Сравнительные параметры газоохлаждаемых реакторов космического назначения с диоксидным и карбонитридным топливом67 Чернобаева А.А., Ерак Д.Ю., Медведев К.И. Анализ охрупчивания материалов корпусов ВВЭР-440 при облучении до высоких флюенсов......72 Вуколова А.-Н.В., Русинкевич А.А. О перечне нормируемых и контролируемых радионуклидов в атмосферных выбросах АЭС......82 Смирнов А.Ю., Гусев В.Е., Сулаберидзе Г.А., Невиница В.А., Фомиченко П.А. Анализ влияния ограничений по изотопам ^{232,234,236}U в товарном НОУ на выбор способов обогащения регенерата урана в каскадах центрифуг......87 Семинар "Физика ядерных реакторов"97 Алексей Владимирович Моряков......104 Problems of Atomic Science and Engineering. Ser. Physics of Nuclear Reactors. 2020, Issue 1

CONTENTS

Gagarinskiy A.Yu., Kukharkin N.E., Sidorenko V.A. Zherdev G.M., Kislitsyna T.S., Nikolaev M.N. Analysis of Covariation Data for Uranium-235 8 Moryakov A.V. The Method of the Operator Linear Perturbation for Solution of the Cauchy Problem for the Large Systems of Ordinary Differential Equations Using Moryakov A.V. "Avalanche" Method of the Numerical Solution for the Linear Cauchy Task for Systems of Gurevich M.I. Comments to the "Avalanche" Method of the Numerical Solution for the Linear Cauchy Task Boyarinov V.F., Fomichenko P.A. Calculation of Neutron Kinetics Parameters for 2D Tests of International Benchmark C5G7-TD Using SUHAM-TD Code...... 34 Vasekin V.N., Padun S.P. Evaluation of the Efficiency of the In-Reactor Control System of the Neutron Flux in Gol'tsev A.O., Davidenko V.D., Bakhtin V.A., Kolganov A.S. Adaptation of the CTART4 Code for the Calculation of Fast Non-Stationary Processes in a Re-Al-Shamayleh A.I., Solovvov D.A., Semvonov A.A., Schukin N.V., Djaroum B., Tanash H.A. Method for Determining the Time Before Startup to Minimum Con-Glazkov O.V., Shukin N.V., Semenov A.A., Solovyov D.A., Druzhaev A.A. Diagnostics of the Coolant Flow Area Communications Reduce (Clogging) In The Kaminskiy A.S., Turbina T.A., Gordeev E.G., Pavshuk V.A. Comparative Parameters of Space Gas-Cooled Reactors with Dioxide and Carbonitride Chernobaeva A.A., Erak D.Yu., Medvedev K.I. Analysis of VVER-440 Materials Embrittlement Under High Fluences Irradiation......72 Vukolova A.-N.V., Rusinkevich A.A. Concerning the List of Normative and Controlled Radionuclides in Air-Smirnov A.Yu., Gusev V.E., Sulaberidze G.A., Nevinitsa V.A., Fomichenko P.A. Analysis of the Influence of Restrictions on Isotopes ^{232,234,236}U in Marketable LEU on the Choice of Methods for Enriching Uranium Re-Aleksey Vladimirovich Moryakov

Шестьдесят лет без Курчатова

А.Ю. Гагаринский, Н.Е. Кухаркин, В.А. Сидоренко, НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1

Sixty Years without Kurchatov A.Yu. Gagarinskiy, N.E. Kukharkin, V.A. Sidorenko, NRC "Kurchatov Insitute", 1, Akademika Kurchatova sk., Moscow, 123182

> Статья поступила в редакцию 05.02.2020 После доработки — 11.03.2020 Принята к публикации 17.03.2020

Личность Игоря Васильевича Курчатова, проявившаяся во всей эпопее осуществления атомного проекта [1] — от ядерного оружия до энергетики, стала основой созданного им уникального научного коллектива. Ответственность и широта охвата при решении возникающих задач, высокая квалификация и самоотдача, взаимное уважение всех участников и способность к эффективной совместной деятельности — так можно определить стиль работы и самого И.В. Курчатова, и созданного им института. Само присутствие Курчатова в этом коллективе формировало характер его сотрудников и на многие годы определило результаты их работы.

Главный принцип, последовательно внедрявшийся Игорем Васильевичем и "доставшийся в наследство" продолжателям его дела, наступление по всему фронту с постоянной "разведкой боем" возникающих по ходу дела задач и обязательным резервированием технических направлений, обеспечивающим надёжность решения. Вот как образно это пояснял А.П. Александров: "Поначалу Бороду корили за то, что он разбрасывается, предрекали, что он не успеет "собрать все силы в кулак", и так далее. Однако постепенно пришло понимание, что это единственно разумный метод организации работ, что в конечном счёте большинство страхующих разработок не пропадает, а находит своё, иногда совершенно неожиданное применение. А разработка многих путей по каждому этапу в конечном счёте давала возможность выбора оптимального решения" [2].

Первые советские ядерные испытания в августе 1949 г. сделали Курчатова безусловным научным лидером создания атомного щита страны. Мир безоговорочно признал его "отцом советской атомной бомбы". Полномочия И.В. Курчатова в разгар Атомного проекта подчёркивает Е.П. Велихов: "Никогда раньше и никогда позже в мировой истории власть не передавала до такой степени бразды правления учёным" [3].

"Работы по урану" стали высшим государственным приоритетом. Здесь уместно представить оценку решения, принятого советским руководством в тот переломный исторический момент, и значения подвига Курчатова [4]:

"...СССР выиграл войну. К весне 1945 года Советская Армия была самой мощной, боеспособной и технически оснащённой армией мира. Но уже в августе 1945 года этой мощи был брошен вызов — атомные бомбардировки Соединёнными Штатами Америки Хиросимы и Нагасаки определили принципиально новый стратегический приоритет. И если бы Советский Союз не приступил к осуществлению атомного проекта в тяжелейшую для страны осень 1942 года, образовав Урановый комитет, а через полгода — Лабораторию № 2 под руководством И.В. Курчатова, победа во Второй мировой войне была бы обесценена, и само существование нашей страны оказалось бы под вопросом. Но ценой невероятных усилий СССР создал ядерное оружие и средства его доставки, обеспечив на многие десятилетия мир на Земле".

За 60 лет жизни без Курчатова институт, носящий его имя, немало сделал для сохранения памяти о подвиге жизни своего основателя. Многие годы принимает посетителей Доммузей И.В. Курчатова, а затем и Музей Курчатовского института. К 70-летию первого советского "атомного котла" открыт музей реактора Ф-1. "Семнадцать звёздных лет" Курчатова описаны в сотнях книг и бесчисленном количестве статей. Изданы собрание научных трудов учёного [5] и сборник воспоминаний о нём [6].

Однако неумолимый ход времени, только подчёркиваемый "реперными точками", одной из которых, например, стало 75-летие Лаборатории № 2 АН СССР, ныне Национального ис-

следовательского центра "Курчатовский институт", и приближающееся 75-летие атомной промышленности, начинавшей создаваться Специальным комитетом — штабом Атомного проекта по "лекалам Курчатова", заставляет снова и снова стремиться оживить в памяти поколений исторические свершения учёного и страны. Это тем более важно, что в наш век бездумного свержения авторитетов мы не раз будем сталкиваться с трактовкой эпопеи создания советского ядерного оружия как "копирования украденных у американцев чертежей".

Попытаемся собрать вместе факты использования Курчатовым созданной в результате реализации Атомного проекта уникальной ситуации для развития науки в стране, определившей его на годы вперёд.

По мере реализации Атомного проекта Курчатов всё более чётко осознавал взаимосвязь обороны и науки и необходимость внедрения энергии атома в гражданскую (для морских и космических атомных установок двухцелевую) ядерную энергетику. В докладе на имя И.В. Сталина от 12 февраля 1946 г., ещё задолго до создания атомного оружия и даже пуска первого реактора Ф-1, Курчатов пишет:

"...Нет сомнения в том, что атомная энергия и радиоактивные вещества, которые будут получаться в атомных установках, найдут в недалёком будущем разнообразные применения в технике, химии, биологии и медицине... Будут разработаны конструкции двигателей, использующих энергию урана. Своевременно уже сейчас начать работу в перечисленных направлениях".

Эти предложения Игорь Васильевич развивает в 1947 г.: "...По уровню имеющихся у нас знаний, в настоящее время уже можно приступить к разработке первоначальных проектов электростанций, самолётов и морских судов с использованием энергии ядерных реакций..."

В 1950—1953 гг. по инициативе Курчатова и его ближайших соратников были приняты постановления правительства по созданию "опытной энергетической установки" (будущей Обнинской АЭС), первых атомных подводной лодки и ледокола. Создание морских установок Игорь Васильевич вскоре передал А.П. Александрову, ставшему "отцом советского атомного флота".

После создания реактора Ф-1 первым шагом в реализации широкой программы создания ядерных энергетических установок для целей обороны и гражданской энергетики стал материаловедческий реактор MP, построенный в ЛИПАНе в 1950—1951 гг., на котором с 1952 г. прошли отработку все варианты ядерного топлива для атомных станций, ледоколов и атомных подводных лодок, и даже авиационного реактора.

Практически одновременно им интенсифицируются исследования по управляемым термоядерным реакциям, чем Курчатов занимался до конца жизни.

После пуска первой в мире АЭС 26 июня 1954 г. (эта дата считается днём рождения атомной энергетики) Игорь Васильевич передал научное руководство энергетическими водоохлаждаемыми графитовыми реакторами Лаборатории В (ныне Физико-энергетический институт им. А.И. Лейпунского), а работы своего коллектива сосредоточил на реакторах с замедлением и охлаждением лёгкой водой — сначала для кораблей и судов, затем для атомных электростанций и исследовательских установок.

В своём историческом докладе, сделанном в апреле 1956 г. в Харуэлле (Англия), рассказывая об общих направлениях и планах развития атомной энергетики в Советском Союзе, Игорь Васильевич подробно останавливается на реакторах с замедлением нейтронов обычной водой: "Этим вопросам в продолжение нескольких лет уделялось большое внимание со стороны учёных института, директором которого я являюсь. Реакторы с водой под давлением... являются перспективными для большой атомной энергетики ближайшего будущего".

К этому времени уже было выдано техническое задание на первый водо-водяной реактор для атомной электростанции (1955 г.). В результате ещё при жизни Курчатова были разработаны реакторы ВВЭР мощностью 210, 365 и 440 МВт.

Сотрудники института оправдали ожидания своего директора. Водо-водяные реакторы действительно составили крупное направление ядерной энергетики и основу её развития на ближайшие десятилетия. И теперь можно вполне уверенно предполагать, что столетие созданного Курчатовым первого советского "атомного котла" наша страна встретит с ядерной энергетикой, базирующейся на новом "суперпоколении" реакторов ВВЭР.

Исследования по атомным авиационным двигателям стартовали в начале 1950-х годов. В 1952 г. в ЛИПАНе была утверждена "Программа работ по разработкам и исследованиям, связанным с созданием воздушно-реактивных двигателей на ядерном горючем для авиации и дистанционно управляемого снаряда". Для решения вопросов защиты от излучений создаётся Летающая атомная лаборатория с реактором на борту. Проведённые исследования показали возможность создания мощного атомного самолёта, но по ряду обстоятельств он так и не полетел. Верх взяла космонавтика.

По инициативе И.В. Курчатова, С.П. Королева и М.В. Келдыша (знаменитые "три К") на предложенном ими и созданном на Семипалатинском полигоне импульсном графитовом реакторе (ИГР) были испытаны и отработаны тепловыделяющие элементы для ядерных ракетных двигателей. При авторитетной поддержке Игоря Васильевича в стране начались разработки бортовых космических ядерноэнергетических установок с различными системами преобразования и электрореактивных двигателей, хотя, к сожалению, он не стал свидетелем массового использования термоэлектрических ЯЭУ, обеспечивших энергией системы слежения за судами в мировом океане.

Разумеется, было бы наивно думать, что всё задуманное Игорем Васильевичем обязательно сбывалось, все его предложения неуклонно претворялись властями в жизнь. Да и отношения с принимающими решения менялись по мере смены политиков во власти и реализации задач Атомного проекта.

Характерный эпизод из периода разработки термоядерного оружия — строгий выговор по партийной линии в 1954 г. (снятый через год) "за антигосударственную деятельность", полученный Курчатовым из-за разногласий о направлении работ и вынесенный по инициативе В.А. Малышева, после смещения Берии возглавившего Атомный проект. По иронии истории практически в то же время и, по существу, также из-за разногласий по путям дальнейших разработок оружия создатель американской бомбы Р. Оппенгеймер тоже попал "под разбор своего персонального дела" и в итоге был лишён "допуска" к Манхэттенскому проекту.

Дальнейшее продвижение идей ядерной энергетики в нашей стране стало отставать от успехов Запада. Первые крупные энергетические реакторы в Великобритании (Calder-Hall — 50 МВт(э), 1956 г.) и США (Shippingport — 60 МВт(э), 1957 г.) появились задолго до реакторов Белоярской и Нововоронежской АЭС (1963—1964 гг.). При этом за сохранение для страны направления ВВЭР пришлось просто бороться с Госпланом, предложившим ликвидировать Нововоронежскую АЭС. Курчатов и Александров, считавшие ВВЭР "опытно-промышленной установкой, открывающей дорогу крупному направлению атомной энергетики — водо-водяным реакторам", сумели эту станцию отстоять.

Тем не менее можно полагать, что новое руководство понимало роль Курчатова в стране. Вот выдержка из воспоминаний Н.С. Хрущева [7]: "Уже перед самой своей смертью он приходил ко мне с новыми идеями и в конце беседы сказал: "Считал бы полезным официально утвердить меня Вашим советником по вопросам науки, то есть советником председателя Совета Министров СССР..." Когда Курчатов предложил свои услуги в качестве советника, я понял, что мне нужен именно такой человек, которому я бы абсолютно доверял. Он идеально подходит для установления более тесных контактов правительства с учёным миром. Это оказалось бы полезным и для науки, и для обороны страны. Он помог бы руководству правильно оценивать ход событий и в нужное время выделять средства, необходимые для прогресса того или иного научного направления".

Представим теперь в хронологическом порядке инициативы и участие И.В. Курчатова в государственной поддержке науки.

1947—1949 гг. По предложению И.В. Курчатова создана мощная ускорительная экспериментальная база для исследований по физике высоких энергий ("Гидротехническая лаборатория", ставшая Институтом ядерных проблем АН СССР в Дубне). Впоследствии Курчатов стал инициатором организации в Дубне Объединённого института ядерных исследований.

Декабрь 1948 — март 1949 г. Участие в "сохранении физики в России" (формулировка Е.П. Велихова). Обращение к Берии, приведшее к отмене готовящейся "Всесоюзной конференции физиков", которая могла произвести эффект, сравнимый с лысенковским разгромом биологии.

1954 г. Инициированное И.В. Курчатовым решение о строительстве ускорителей высоких энергий в Харькове, Гатчине и Протвине. И.В. Курчатов организовал в своём институте лабораторию новых методов ускорения, выросшую в Институт ядерной физики СО АН СССР (Новосибирск).

1955—1956 гг. Успешные действия по выводу советских учёных-атомщиков на мировой уровень общения, их участие в высоких международных форумах, в том числе Женевской конференции по мирному использованию атомной энергии. Открытие информации о работах по управляемому термоядерному синтезу (доклад в Харуэлле).

1955—1958 гг. Борьба за отечественную биологию. И.В. Курчатов передал Н.С. Хрущеву письмо учёных "о ненормальном положении в отечественной биологии". В 1958 г. создал в ИАЭ биологический отдел (впоследствии Институт молекулярной генетики).

Март 1956 г. По инициативе И.В. Курчатова принято правительственное решение о строительстве в Мелекессе (позднее Димитровград) опытной станции для создания исследовательских и экспериментальных ядерных реакторов (с 1959 г. НИИ атомных реакторов).

1955—1958 гг. По предложению И.В. Курчатова приняты решения о создании системы республиканских и региональных атомных центров, оснащённых исследовательскими ядерными реакторами. Подобные центры были созданы и в ряде дружественных СССР стран.

1945—1960 гг. Начиная с создания в Московском механическом институте факультета инженеров-физиков (1945 г.), И.В. Курчатов стимулировал рождение вузов мирового класса (Московского физико-технического института, Московского инженерно-физического института, НИИ ядерной физики МГУ и многих других).

Обобщая тему вклада И.В. Курчатова в развитие отечественной науки в таких аспектах, как создание крупной экспериментальной базы (ядерно-физической, ускорительной, материаловедческой и др.), забота о воспитании научных кадров, о международном престиже советской науки, нельзя не ощутить это как наказ Курчатова последующим поколениям учёных использовать все возможности для влияния на усилия государства по выработке стратегии научно-технологического прогресса как ключевого фактора развития страны.

Связь идей и свершений основателя Курчатовского института с современностью — благодатная тема для углубления взгляда на роль науки, отвечающей глобальным вызовам времени, и в этом нам продолжает помогать наш Курчатов.

Список литературы

1. *Атомный* проект СССР. Документы и материалы. Под общей редакцией Л.Д. Рябева. — М.: Наука. Физматлит, 1998—2009.

2. *Александров А.П.* Годы с Курчатовым. — Наука и жизнь, 1983, № 2, с. 10.

3. *Велихов Е.П.* Гордость российской науки. — Наука в России, РАН, 2012, № 6, с. 45.

4. *Ковальчук М.В., Нарайкин О.С., Яцишина Е.Б.* Природоподобные технологии: новые возможности и новые вызовы. — Вестник РАН, 2019, т. 89, № 5, с. 455—465.

5. *Курчатов И.В.* Собрание научных трудов. В 6-ти т. — М.: Наука, 2005—2013.

6. *Игорь Васильевич Курчатов* в воспоминаниях и документах. Отв. сост. Ю.Н. Смирнов. — М.: ИздАт, 2003. 623 с., 24 илл.

7. *Хрущев Н.С.* Воспоминания: избранные фрагменты. — М.: Вагриус, 1997. 564 с.

Контактная информация —

Гагаринский Андрей Юрьевич, советник директора, тел.: 8 (499) 196-99-00, e-mail: agagarin@kiae.ru

> Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1, с. 4—7

УДК 621.039.31.17

Анализ ковариационных данных для урана-235

Г.М. Жердев, Т.С. Кислицына, М.Н. Николаев, АО "ГНЦ РФ — ФЭИ" им. А.И. Лейпунского, 249033, г. Обнинск, Калужская обл., пл. Бондаренко, д. 1

Статья поступила в редакцию 19.09.2019 После доработки — 19.09.2019 Принята к публикации 17.03.2020

Неточности нейтронных данных и взаимосвязи между ними — ковариации — необходимы как для оценки погрешностей нейтронно-физических характеристик реакторов и защиты, так и для снижения этих погрешностей до приемлемого уровня путём корректировки на основе анализа результатов интегральных экспериментов. Современная информация о неточностях нейтронных данных содержится в трёх относительно независимых библиотеках оцененных нейтронных данных: американской ENDF/B-VII, японской JENDL-4.0 и российской БРОНД-3.1. В настоящей статье выполнено сравнение ковариационных данных из этих библиотек для наиболее изученного топливного материала — урана-235 — как между собой, так и с разбросом оцененных сечений, рекомендованных в названных библиотеках. Выявлено, что в области быстрых нейтронов погрешности, приписанные таким важным характеристикам, как число вторичных нейтронов деления и сечение деления, сравнимы по величине с разбросом оцененных значений этих характеристик. Поскольку оценки нейтронных данных во всех библиотеках основываются практически на одном и том же наборе результатов экспериментов, лишь по-разному усреднённых, это свидетельствует о том, что приписанные им погрешности чрезмерно оптимистичны. Выявлено также, что во всех рассмотренных данных грубо нарушается баланс погрешностей, приписываемых полному сечению и его составляющим — парциальным сечениям. Предложена методика корректировки данных, устраняющая отмеченную противоречивость. Пересмотр касается погрешностей составляющих сечения рассеяния — упругого, неупругого, реакции (n, 2n) — и приводит к снижению погрешностей, приписываемых сечениям этих реакций. Предложенная методика может быть использована для корректировки ковариационных данных и для иных реакторных материалов.

Ключевые слова: погрешности, ковариации, корреляции, нейтронные данные, нейтронные сечения, библиотека оцененных нейтронных данных, корректировка нейтронных сечений.

Analysis of Covariation Data for Uranium-235. G.M. Zherdev, T.S. Kislitsyna, M.N. Nikolaev, JSC «SSC RF — IPPE» n.a. A.I. Leypunsky, I, Bondarenko sq., Obninsk, Kaluga region, 249033.

Uncertainties in the neutron data and correlations between them — covariances — are necessary both for estimating errors of neutron-physical characteristics of reactors and shielding, and for reducing these errors to an acceptable level by adjusting based on an analysis of the results of macro experiments. Up-to-date information on uncertainties of neutron data is contained in three relatively independent libraries of evaluated neutron data — American ENDF / B-VII, Japanese JENDL-4.0, and Russian BROND-3.1. In this article the covariance data from these libraries for the most studied fuel material, uranium-235, are compares among themselves and with a scattering of evaluated cross-sections, recommended in these libraries. It was found that in the fast neutron region, the uncertainties attributed to such important characteristics as the number of secondary fission neutrons and the fission cross section are comparable in magnitude with the scattering of evaluated values of these characteristics. Since the evaluation of neutron data in all libraries are based almost on the same set of experimental results, only differently averaged, this indicates that the uncertainties assigned to them are too optimistic. It was also revealed that in all considered data the balance of dispersions attributed to the total cross section and to its components is roughly disturbed. A method of correcting data, which eliminates the noted inconsistency, is proposed. The revision concerns the uncertainties of the components of the scattering cross section — elastic, inelastic, the reaction (n, 2n) — and leads to a decreasing of the uncertainties attributed to the cross sections. The proposed technique can be used to correct the covariance data for other reactor materials.

Key words: uncertainties, covariances, correlations, neutron data, neutron cross-sections, libraries of evaluated neutron data, neutron cross-sections adjusting.

Потребности в ковариационных данных и их источники

Погрешности нейтронных данных и взаимосвязи между ними — ковариации — используются для решения двух задач:

— для оценки погрешностей результатов расчёта нейтронно-физических характеристик реакторов и радиационной защиты;

— в процедурах корректировки используемых нейтронных данных на основе результатов расчётного анализа так называемых макроскопических экспериментов, выполняемых на действующих реакторах, их макетах на критических сборках, в исследованиях прохождения нейтронов через защитные композиции. Корректировка проводится с помощью метода наименьших квадратов путём такой вариации нейтронных данных в пределах их погрешностей, которая позволяет описать совокупность результатов модельных макроэкспериментов с точностью до приписанных им погрешностей.

Систематизированные ковариационные данные представлены в трёх библиотеках оцененных нейтронных данных: американской библиотеке ENDF/B-VII [1], японской JENDL-4.0 [2] и российской БРОНД-3.1 [3]. Как будет видно далее, эти оценки погрешностей различаются друг от друга весьма существенно и, кроме того, содержат некоторые внутренние противоречия. Для сравнения разных оценок погрешностей ковариационные данные из перечисленных трёх библиотек необходимо представить в едином, удобном для сравнения виде. В настоящей работе ковариационные данные были переработаны с помощью модуля ERROR комплекса программ NJOY [4] в 28-групповую форму, в которой были представлены данные о погрешностях констант БНАБ-78 [5] и на которую настроено большинство российских программ корректировки нейтронных констант [6, 7].

Сравнение данных о погрешностях нейтронных констант урана-235

Погрешности среднего числа нейтронов, испускаемых при делении урана-235. На рис. 1 сравниваются между собой гистограммы групповых погрешностей, вычисленных по данным из рассматриваемых библиотек, ромбами указаны максимальные отклонения групповых значений этого числа от результата, усреднённого по всем трём библиотекам.

Как видно, оценки погрешностей различаются между собой в 3-4 раза. В мегаэлектронвольтной области наиболее пессимистическая оценка ENDF/B-VII соответствует разбросу приводимых в библиотеках значений v. В килоэлектронвольтной области этому разбросу соответствует самая оптимистическая оценка БРОНД-3.1. Лишь при самых низких энергиях (ниже 100 эВ) разброс значений v, принятых в разных библиотеках, становится значительно меньше приписываемых им погрешностей. Эта ситуация естественна, поскольку все оцененные данные базируются на одном и том же наборе экспериментальных результатов, которые разными специалистами лишь по-разному усредняются. Сильнее смущает большой разброс



Энергия, МэВ

Рис. 1. Погрешности числа вторичных нейтронов деления урана-235 по данным библиотек БРОНД-3.1 (——), ENDF/B-VII (——), JENDL-4.0 (——) и максимальные отклонения данных по числу вторичных нейтронов от среднего значения (•)

оцененных значений v при высоких энергиях, говорящий о том, что оценка погрешностей ENDF/B-VII отнюдь не является неоправданно пессимистической. Следует отметить и то обстоятельство, что приводимые в оценке БРОНД-3.1 погрешности очень сильно скоррелированы и, стало быть, случайные отклонения принятых значений v от истинных в одних группах не могут быть согласно этой оценке скомпенсированы случайными отклонениями противоположного знака в других группах (как это допускают значения коэффициентов корреляции погрешностей v из других оценок). Принятые в БРОНД-3.1 сильные корреляции погрешностей v основаны, видимо, главным образом на теоретических соображениях. Характер разброса оцененных данных не подтверждает столь сильных корреляций. При практическом применении ковариационных данных целесообразно использовать близкие друг к другу матрицы коэффициентов корреляции из ENDF/B-VII и JENDL-4.0, что избавит от неоправданной надежды повысить точность расчётного предсказания критичности быстрых реакторов путём корректировки констант на основе данных о критичности систем с мягким спектром.

Погрешности сечения деления. На рис. 2 гистограммы групповых погрешностей сечений деления, оцененные в разных библиотеках, сравниваются между собой и с максимальными отклонениями этих сечений от значений, усреднённых по всем трём библиотекам.

Как видно, расхождения оценок сечения деления в мегаэлектронвольтной области превосходят самые пессимистические оценки погрешностей до полутора раз. Видимо, приписывать сечению деления при энергиях выше 1 МэВ погрешность меньше 1% было бы необоснованным. В килоэлектронвольтной области расхождения в оцененных данных составляют ±2%, и если погрешности 4—5% в области 1-2 кэВ, принятые в зарубежных оценках, возможно, и чрезмерно пессимистичны, то в интервале от 20 кэВ до 1 МэВ погрешности сечения деления, принятые во всех оценках на уровне примерно 0,5%, несомненно, необоснованно оптимистичны. В этом диапазоне целесообразно принять погрешность около 1%, как и при более высоких энергиях. В области ниже 1 кэВ погрешности, оцененные в БРОНД-3.1, представляются чрезмерно завышенными. В этой области энергий совпадающие оценки, принятые в зарубежных библиотеках, представляются более обоснованными. Разброса оцененных данных здесь нет, так как во всех библиотеках принята одна и та же оценка.

Что касается ковариационных матриц, то в БРОНД-3.1 ковариациями охвачены все энергетические группы, что едва ли оправдано. В оценках JENDL-4.0 и ENDF/B-VII недостатком является резкая диагонализация матриц в обла-



Рис. 2. Погрешности сечения деления по данным библиотек БРОНД-3.1 (——), ENDF/B-VII (——), JENDL-4.0 (— —) и максимальные отклонения данных по сечениям от среднего значения (*)

сти 1 кэВ, где, очевидно, происходила смена методик оценки погрешностей. Целесообразно заменить в группах 10—17 коэффициенты корреляции из ENDF/B-VII на данные из БРОНД, отбросив ковариации с группами 20—28, лежащими ниже 100 эВ. В группах 1—10 оценка ENDF/B-VI, указывающая меньшие корреляции и, следовательно, являющаяся более осторожной, представляется предпочтительной.

Погрешности сечения захвата. На рис. 3 гистограммы оцененных погрешностей сечения захвата сравниваются между собой и с максимальными расхождениями в оцененных данных.

Как видно, разброс оцененных данных в области быстрых нейтронов весьма велик. Из



Рис. 3. Погрешности сечения захвата по данным библиотек БРОНД-3.1 (——), ENDF/B-VII (——), JENDL-4.0 (— —) и максимальные отклонения данных по сечениям от среднего значения (*)

имеющихся оценок этому разбросу адекватны самые пессимистичные оценки: ENDF/B-VII выше 6 МэВ, JENDL-4.0 — от 0,465 до 6 МэВ. При более низких энергиях вплоть до 1 кэВ "промежуточная" по оптимизму оценка БРОНД-3.1 представляется предпочтительной. Однако ниже 1 кэВ эта оценка явно завышает погрешности сечения захвата, в этом энергетическом интервале предпочтительней совпадающая оценка из зарубежных библиотек.

Погрешности полного сечения. На рис. 4 показаны гистограммы погрешностей полного сечения и максимальные отклонения приводи-



Рис. 4. Погрешности полного сечения по данным библиотек БРОНД-3.1 (——), ENDF/B-VII (——), JENDL-4.0 (— —) и максимальные отклонения данных от среднего значения (•)

мых в библиотеках данных от среднего значения. В мегаэлектронвольтной области оценка, принятая в ENDF/B-VII, вероятно, слишком пессимистична. В то же время принятая в БРОНД-3.1 погрешность меньше 0,7% едва ли оправдана. В самом деле, даже для общепринятого нейтронного стандарта — полного сечения водорода в ENDF/B-VII принята погрешность 1,5—2,5%. Правда, в БРОНД-3.1 погрешность полного сечения водорода для этих энергий указана равной 0,2—0,3%. Столь оптимистичная оценка основывается на теоретическом описании данных по полным сечениям водорода, дейтерия, угловых распределений нейтронов, рассеянных на этих ядрах, и пр. Рекомендованная Г. Хэйлом и др. [8] погрешность сечения водорода порядка 0,2% была затем пересмотрена с его активным участием в сторону вдвое более осторожной. Сравнение принятой в БРОНД-3.1 погрешности полного сечения с экспериментальными данными (рис. 5) показывает, что погрешность меньше 1% для полного сечения в этой энергетической области неоправданно оптимистична.

Видимо, погрешность 1% можно принять и при более низких энергиях вплоть до 1 кэВ. При более низких энергиях убедительнее выглядит оценка, принятая в JENDL-4.0, практически совпадающая с ENDF/B-VII.

Что касается коэффициентов межгрупповых корреляций, то, как и в случае ковариаций сечения деления, часть матрицы, рекомендованной ENDF/B-VII в "средних" группах 6— 15, целесообразно заменить на данные из БРОНД-3.1, чтобы избежать резкого изменения характера матрицы в области 1 кэВ.

Проверка непротиворечивости ковариационных данных

Прежде чем рассматривать погрешности сечений рассеяния, необходимо убедиться в том, что оцененные данные о погрешностях и ковариациях между ними не противоречивы.

Поскольку $\sigma_t = \sigma_c + \sigma_f + \sigma_{in} + \sigma_{in} + \sigma_{xn}$, случайное отклонение полного сечения от принятого наиболее вероятного значения равно сум-

ме случайных отклонений составляющих, а дисперсия полного сечения равна сумме дисперсий составляющих плюс удвоенная сумма ковариаций между отклонениями:

$$<\delta^{2}\sigma_{t} > = <\delta^{2}\sigma_{c} > + <\delta^{2}\sigma_{f} > + <\delta^{2}\sigma_{e} > + + <\delta^{2}\sigma_{in} > + <\delta^{2}\sigma_{xn} > + + 2[<\delta\sigma_{c}\delta\sigma_{f} > + <\delta\sigma_{c}\delta\sigma_{e} > + + <\delta\sigma_{c}\delta\sigma_{in} > + <\delta\sigma_{c}\delta\sigma_{xn} > + + <\delta\sigma_{f}\delta\sigma_{e} > + <\delta\sigma_{f}\delta\sigma_{in} > + <\delta\sigma_{f}\delta\sigma_{xn} > + + <\delta\sigma_{e}\delta\sigma_{in} > + <\delta\sigma_{e}\delta\sigma_{xn} > + + <\delta\sigma_{e}\delta\sigma_{in} > + <\delta\sigma_{e}\delta\sigma_{xn} > + + <\delta\sigma_{in}\delta\sigma_{xn} >].$$

Дисперсии и ковариации определяются через приводимые в таблицах ковариационных матриц погрешности $\Delta \sigma_r$ и коэффициенты корреляции $C_{r,q}$ (здесь *r* и *q* — номера реакций):

$$D_r \equiv <\delta^2 \sigma_r >= \sigma_r^2 \Delta^2 \sigma_r;$$

$$<\delta \sigma_r \delta \sigma_q >= C_{r,q} \sigma_r \Delta \sigma_r \sigma_q \Delta \sigma_q. \qquad (2)$$

Это условие должно выполняться для каждой энергетической группы. Если данных о ковариациях между погрешностями какой-то пары реакций не приводится, соответствующий член приходится полагать равным нулю. В частности, во всех рассматриваемых оценках полагается, что ковариации между погрешностями полного сечения, сечения захвата и сечения деления отсутствуют. В оценке БРОНД-3.1 данные о ковариациях сечений разных реакций вообще отсутствуют. В JENDL-4.0 и ENDF/B-VII приводятся данные о ковариациях между погрешностями сечений упругого рассеяния и деления. В



Рис. 5. Экспериментальные и оцененные данные о полном сечении урана-235 по Poenitz83 (\circ), Poenitz81 (\bullet), Schwartz74 (1), Green73 (2), Cabe (3), Harvey (4), Foster71 (5), ENDF/B-VI (Rev. 5) (6), JENDL-3,3 (7), ENDF/B-VII (8)

ENDF/B-VII приведены также ковариации между погрешностями сечения упругого, неупругого рассеяния и реакции (n, 2n).

Заметим, что принятая независимость погрешности полного сечения вполне обоснована, так как полное сечение измеряется совершенно независимо от парциальных. Независимо измеряется и сечение деления, а вот во многих экспериментах, направленных на определение сечения захвата, измеряемой величиной являлось отношение сечения захвата к сечению деления $\alpha = \sigma_c / \sigma_f$. Учёт этих экспериментов при оценке сечений должен был бы привести к положительным ковариациям между сечениями захвата и деления. Отсутствие таких ковариаций в рассматриваемых оценках ведёт к некоторому завышению погрешности отношений сечений захвата и деления, усреднённых по спектру реактора, т.е. к более осторожным оценкам критичности.

В любом случае соотношение баланса (1) в оценках погрешностей нейтронных данных должно выполняться обязательно. Однако проверка показала, что это далеко не так. В табл. 1 приведены отношения погрешности суммы парциальных сечений (корень квадратный из правой части равенства (1)) к погрешности полного сечения, принятой в оценке (корень из левой части этого равенства). Как видно, эти оценки погрешности полного сечения расходятся в 2—5 раз в ту и в другую сторону. Отметим, что низкие значения погрешности суммарного сечения, следующие из оценки ENDF/B-VII, обусловлены влиянием корреляций между погрешностями составляющих сечений рассеяния. Пренебрежение этими корреляциями ведёт к изменению рассматриваемых отношений в первых четырёх группах от 0,5— 0,6 до 3,2—4,4.

Алгоритм устранения противоречивости

Для устранения отмеченной противоречивости необходим пересмотр погрешностей сечений рассеяния. Дело в том, что сечение рассеяния определяется, главным образом, по разности между полным сечением и суммой сечений поглощения (в рассматриваемом случае деления и захвата), поэтому естественно и погрешность суммарного сечения рассеяния оценивать исходя из соотношения баланса диспер-

Таблица1. Отношения погрешностей суммы парциальных сечений к погрешн	юсти
полного сечения	

№ группы	Верхняя граница, эВ	БРОНД-3.1	ENDF/B-VII	JENDL-4.0
1	$2 \cdot 10^{7}$	2,61	0,61	1,58
2	$1, 4 \cdot 10^7$	3,26	0,66	1,43
3	$1,05 \cdot 10^{7}$	3,37	0,51	2,13
4	$6,5 \cdot 10^{6}$	4,87	0,52	2,47
5	$4 \cdot 10^{6}$	5,09	1,54	2,28
6	$2,5 \cdot 10^{6}$	6,24	0,54	3,66
7	$1, 4 \cdot 10^{6}$	6,98	0,54	1,52
8	$8 \cdot 10^5$	5,95	0,64	1,31
9	$4 \cdot 10^{5}$	5,29	1,39	3,46
10	$2 \cdot 10^{5}$	5,21	1,34	3,95
11	$1 \cdot 10^{5}$	5,79	1,33	3,84
12	$4,64 \cdot 10^4$	5,63	1,38	3,65
13	$2,15 \cdot 10^4$	6,78	1,49	3,39
14	$1 \cdot 10^{4}$	4,55	1,71	2,99
15	$4,64 \cdot 10^3$	3,98	1,79	2,12
16	$2,15 \cdot 10^3$	4,12	0,58	0,69
17	$1 \cdot 10^{3}$	1,43	0,20	0,67
18	$4,64 \cdot 10^2$	1,18	1,20	1,23
19	$2,15 \cdot 10^2$	1,06	1,35	1,24
20	$1 \cdot 10^{2}$	0,89	1,17	1,12
21	$4,64 \cdot 10^{1}$	0,94	1,40	1,24
22	$2,15 \cdot 10^{1}$	1,24	1,52	1,51
23	$1 \cdot 10^{1}$	2,64	1,60	1,60
24	4,64	1,31	1,54	1,51
25	2,15	1,42	1,58	1,56
26	1	1,50	1,31	1,38
27	4,64.10-1	0,53	1,47	1,51
28	$2,15 \cdot 10^{-1}$	1,01	1,43	1,41

сий (1). Далее приводятся результаты такой оценки погрешностей сечений упругого, неупругого рассеяния и реакции (*n*, 2*n*), для расчёта которой использовались погрешности полного сечения, сечений деления и захвата, принятые исходя из изложенных соображений.

Значения этих погрешностей и полученных на их основе с помощью излагаемого алгоритма погрешностей сечений рассеяния и реакции (*n*, 2*n*) приведены в табл. 2.

Таблица2. Вклады дисперсий неупругого рассеяния и реакций (*n*, *xn*) в суммарную дисперсию сечения рассеяния, их средние значения и погрешности

N⁰	R.	$\Delta R_{in}/R_{in}$,	Ra	$\Delta R_{2n}/R_{2n}$,		
группы	Λ_{in}	%	\mathbf{R}_{2n}	%		
1	0,008	38	0,020	25		
2	0,015	20	0,042	2		
3	0,037	8	0,011	9		
4	0,087	5	0,001	100		
5	0,104	5				
6	0,192	5				
7	0,193	5				
8	0,099	10				
9	0,026	19				
10	0,005	40				
11	0,001	100				
12	0,0002	100				

Исходя из этих данных, на основе соотношения (1) однозначно вычисляется дисперсия суммарного сечения рассеяния. Коль скоро погрешности полного сечения и сечений реакций поглощения не коррелируют друг с другом, в каждой энергетической группе g суммарное сечение рассеяния $\sigma_s^g = \sigma_t^g - \sigma_f^g - \sigma_c^g$ характеризуется дисперсией $D_s^g = D_t^g + D_f^g + D_c^g$, а межгрупповые ковариации определяются матрицей

$$D_{s}^{g,g'} = \left\langle \delta\sigma_{s}^{g} \delta\sigma_{s}^{g'} \right\rangle = \left\langle \delta\sigma_{t}^{g} \delta\sigma_{t}^{g'} \right\rangle + \\ + \left\langle \delta\sigma_{f}^{g} \delta\sigma_{f}^{g'} \right\rangle + \left\langle \delta\sigma_{c}^{g} \delta\sigma_{c}^{g'} \right\rangle = \\ = \sigma_{t}^{g} \Delta\sigma_{t}^{g} \sigma_{t}^{g'} \Delta\sigma_{t}^{g'} C_{t}^{g,g'} + \sigma_{f}^{g} \Delta\sigma_{f}^{g} \sigma_{f}^{g'} \Delta\sigma_{f}^{g'} C_{f}^{g,g'} + \\ + \sigma_{c}^{g} \Delta\sigma_{c}^{g} \sigma_{c}^{g'} \Delta\sigma_{c}^{g'} C_{c}^{g,g'},$$

где $C_t^{g,g'}$, $C_f^{g,g'}$ и $C_c^{g,g'}$ — коэффициенты корреляции принятых погрешностей. Погрешности групповых сечений определятся как

$$\Delta \sigma_e^g = \sqrt{D_s^{g,g}} / \sigma_e^g =$$
$$= \frac{(\sigma_t^g \Delta \sigma_t^g)^2 + (\sigma_f^g \Delta \sigma_f^g)^2 + (\sigma_c^g \Delta \sigma_c^g)^2}{\sigma_e^g},$$

а коэффициент корреляции этих погрешностей как

$$C_e^{g,g'} = \frac{D_s^{g,g'}}{\sigma_e^g \Delta \sigma_e^g \sigma_e^{g'} \Delta \sigma_e^{g'}}$$

Проблема состоит в том, как распределить найденную дисперсию между вкладами упругого, неупругого рассеяния и реакции (n, 2n).

Распределение дисперсии D_s между составляющими суммарного сечения рассеяния естественно было бы произвести так, как это было решено оценщиками. Дисперсия суммарного сечения рассеяния $\sigma_s = \sigma_e + \sigma_{in} + \sigma_{2n}$ должна вычисляться по формуле

$$D_{s} = D_{s} + D_{s} + D_{s} + 2C_{e,in}\sqrt{D_{e}D_{in}} + 2C_{e,xn}\sqrt{D_{e}D_{2n}} + 2C_{in,2n}\sqrt{D_{e}D_{in}}.$$

По данным ENDF/B-VII эта величина оказывается отрицательной (из-за высоких отрицательных коэффициентов корреляции между погрешностями упругого, неупругого рассеяния и реакции (n, 2n)). В БРОНД-3.1 и JENDL-4.0 ковариации между погрешностями не приводятся, поэтому ничего не остаётся, кроме того, как принять их равными нулю. Поэтому и для ENDF/B-VII дисперсии суммарного сечения рассеяния были вычислены без учёта корреляций. Обозначим вклады реакций неупругого рассеяния и (n, xn) в дисперсию суммарного сечения рассеяния через R_{in} и R_{2n}. В табл. 2 приведены значения этих факторов, усреднённые по данным всех трёх оценок, и их погрешности, вычисленные как среднеквадратичные отклонения. В группах, близких к порогу каждой из рассматриваемых реакций, где эти факторы очень малы, соответствующие им факторы R несущественны. С учётом факторов R_{in} и R_{2n} относительные погрешности составляющих суммарного сечения рассеяния могли бы быть вычислены по формулам

$$\Delta \sigma_e = \frac{\sqrt{D_s (1 - R_{in} - R_{2n})}}{\sigma_e}; \qquad (3)$$

$$\Delta \sigma_{in} = \frac{\sqrt{D_s R_{in}}}{\sigma_{in}} ; \qquad (4)$$

$$\Delta \sigma_{2n} = \frac{\sqrt{D_s R_{2n}}}{\sigma_{2n}} \,. \tag{5}$$

В формулы (3), (4), (5) не входят погрешности, с которыми известны факторы R_{in} и R_{2n} , так как среднее значение неопределённости в факторах равно нулю. Однако при оценке ковариаций между погрешностями составляющих

суммарного сечения рассеяния эти неопределённости не являются пренебрежимо малыми.

При рассмотрении ковариации между погрешностями сечений разных групп необходимо прежде всего учитывать общий вклад в дисперсии сечений рассеяния в этих группах за счёт корреляции погрешностей полных сечений, сечений рассеяния и сечений деления, из которых и были получены погрешности суммарного сечения рассеяния. Этот вклад определяется недиагональными элементами ковариационной матрицы D_s :

$$D_{s}^{g,g'} = \sigma_{t,g} \Delta_{t,g} \sigma_{t,g'} \Delta_{t,g'} C_{t}^{g,g'} + \sigma_{c,g} \Delta_{c,g} \sigma_{c,g'} \Delta_{c,g'} C_{c}^{g,g'} + \sigma_{f,g} \Delta_{f,g} \sigma_{f,g'} \Delta_{f,g'} C_{f}^{g,g'}.$$
(6)

Коэффициенты корреляции погрешностей полных сечений, сечений захвата и деления известны — определены в том наборе ковариационных данных, из которого взяты сами погрешности. Формула (6) предполагает, что погрешности полного сечения и сечений реакций поглощения не коррелируют друг с другом. Это предположение принято во всех рассматриваемых оценках погрешностей сечений урана-235.

Матрице (б) можно поставить в соответствие сечения $\sigma_s^g = \sigma_t^g - \sigma_f^g - \sigma_c^g$ и их погрешности:

$$\Delta \sigma_s^g = \frac{1}{\sigma_s^g} \sqrt{\left(\sigma_t^g \Delta \sigma_t^g\right)^2 + \left(\sigma_f^g \Delta \sigma_f^g\right)^2 + \left(\sigma_c^g \Delta \sigma_c^g\right)^2}$$

Коэффициенты корреляции погрешностей суммарного сечения рассеяния определятся как

$$C_s^{g,g'} = D_s^{g,g'} / \sigma_s^g \Delta \sigma_s^g \sigma_s^g \Delta \sigma_s^{g'}.$$
(7)

Ниже порога неупругого рассеяния коэффициенты корреляции сечения упругого рассеяния, очевидно, определяются матрицей $D_s^{g,g'}$.

В группах, лежащих ниже порога реакции (n, 2n), дисперсия $D_s^{g,g'}$ делится между упругим и неупругим рассеянием. Если g = g', то

$$\begin{split} D_{in}^{g} &= D_{s}^{g,g} R_{in}^{g} \; ; \; D_{in}^{g'} = D_{s}^{g',g'} R_{in}^{g'} \, , \\ D_{in}^{g,g'} &= D_{s}^{g,g'} \sqrt{R_{in}^{g} R_{in}^{g'}} \, . \end{split}$$

Таким образом, коэффициент ковариации между погрешностями неупругого рассеяния в разных группах определится как

$$C_{in}^{g,g'} \equiv D_{in}^{g,g'} / \sigma_{in}^{g} \Delta \sigma_{in}^{g} \sigma_{in}^{g'} \Delta \sigma_{in}^{g;} = = \frac{D_{s}^{g,g'} \sqrt{R_{in}^{g} R_{in}^{g'}}}{\sqrt{D_{s}^{g,g} R_{in}^{g}} \sqrt{D_{s}^{g',g'} R_{in}^{g;}}} = \frac{D_{s}^{g,g'}}{\sqrt{D_{s}^{g,g} D_{s}^{g',g'}}} \equiv C_{s}^{g,g}$$

Точно так же будут скоррелированы и погрешности сечения упругого рассеяния и реакции (*n*, 2*n*) (выше порога этой реакции). Коль скоро D_s является единственным параметром, определяющим погрешности, то и кросс-корреляции между погрешностями парциальных сечений целиком определяются этим параметром, т.е.

$$C_{in,e}^{g,g'} \equiv D_{in,e}^{g,g'} / \sigma_{in}^{g} \Delta \sigma_{e}^{g} \sigma_{e}^{g'} \Delta \sigma_{e}^{g;} =$$

$$= \frac{D_{s}^{g,g'} \sqrt{R_{in}^{g} (1 - R_{in}^{g'} - R_{2n}^{g'})}}{\sqrt{D_{s}^{g,g} R_{in}^{g}} \sqrt{D_{s}^{g',g'} (1 - R_{in}^{g;} - R_{2n}^{g'})}} = C_{s}^{g,g'};$$

$$C_{2n,e}^{g,g'} = C_{s}^{g,g'}; \quad C_{in,2n}^{g,g'} = C_{s}^{g,g'}.$$

Таким образом, достаточно вычислить матрицу коэффициентов корреляции суммарного сечения рассеяния и погрешности сечений каждого типа рассеяния во всех группах, лежащих выше порога соответствующей реакции.

В приведённых формулах и сопровождавших их рассуждениях не учитывалось, что факторы R_{in} и R_{2n} определены с некоторыми отнюдь не малыми погрешностями. Учёт этих погрешностей приведёт к возрастанию погрешностей парциальных сечений. "Случайное" увеличение R_{in} на $\delta R_{in}/R_{in}$ %, как видно из формулы (7), приведёт к "случайному" увеличению σ_{in} до значения

$$\delta \sigma_{in} = \frac{\sqrt{D_s R_{in} (1 + \delta R_{in} / R_{in})}}{\sigma_{in}} \approx \frac{\sqrt{D_s R_{in}}}{\sigma_{in}} \left(1 + \frac{\delta R_{in}}{2R_{in}}\right),$$

к понижению σ_e до значения

$$\delta \sigma_{e} = \frac{\sqrt{D_{s}(1 - R_{in} - R_{2n}) \left[1 - \frac{\delta R_{in}}{R_{in}} \frac{(1 - R_{in} - R_{2n})}{1 - R_{in}}\right]}{\sigma_{e}} \approx \frac{\sqrt{D_{s}(1 - R_{in} - R_{2n})}}{\sigma_{e}} \left(1 - \frac{\delta R_{in}(1 - R_{in} - R_{2n})}{2R_{in}(1 - R_{in})}\right)$$

и понижению σ_{2n} до значения

$$\delta\sigma_{2n} = \frac{\sqrt{D_s R_{2n}} \left[1 - \frac{\delta R_{in}}{R_{in}} \frac{R_{2n}}{(1 - R_{in})} \right]}{\sigma_e} \approx \frac{\sqrt{D_s R_{2n}}}{\sigma_e} \left(1 - \frac{\delta R_{in}}{2R_{in}} \frac{R_{2n}}{1 - R_{in}} \right).$$

Выражения, стоящие под корнями в квадратных скобках, учитывают, что изменение фактора *R_{in}* влечёт за собой и изменение остальных факторов, так как сумма всех факторов должна равняться единице.

Точно так же можно учесть и влияние неопределённости фактора R_{2n} . С учётом и того, и другого возмущения в первом приближении, пренебрегая квадратами возмущений, получим

$$\begin{split} \delta\sigma_{in} &\approx \frac{\sqrt{D_s R_{in}}}{\sigma_{in}} \left(1 + \frac{\delta R_{in}}{2R_{in}} - \frac{\delta R_{2n}}{2R_{2n}} \frac{R_{in}}{(1 - R_{2n})} \right); \\ \delta\sigma_{2n} &\approx \frac{\sqrt{D_s R_{2n}}}{\sigma_{2n}} \left(1 + \frac{\delta R_{2n}}{2R_{2n}} - \frac{\delta R_{in}}{2R_{in}} \frac{R_{2n}}{(1 - R_{in})} \right); \\ \delta\sigma_e &\approx \frac{\sqrt{D_s (1 - R_{in} - R_{2n})}}{\sigma_e} \times \\ \times \left(1 - \frac{\delta R_{in} (1 - R_{in} - R_{2n})}{2R_{in} (1 - R_{in})} - \frac{\delta R_{2n} (1 - R_{in} - R_{2n})}{2R_{2n} (1 - R_{2n})} \right). \end{split}$$

Эти изменения никак не связаны с погрешностью суммарного сечения рассеяния. После возведения в квадрат, усреднения по возможным случайным значениям δR_{in} и извлечения квадратного корня находим выражения для погрешностей рассматриваемых сечений с учётом погрешности фактора R_{in} :

$$\begin{split} \Delta \sigma_{in} &= \frac{\sqrt{D_s R_{in}}}{\sigma_{in}} \sqrt{1 + \frac{\Delta^2 R_{in}}{4R_{in}^2} + \frac{\Delta R_{2n}^2}{4R_{2n}^2} \frac{R_{in}^2}{(1 - R_{2n})^2}};\\ \Delta \sigma_{2n} &= \frac{\sqrt{D_s R_{2n}}}{\sigma_{2n}} \sqrt{1 + \frac{\Delta^2 R_{2n}}{4R_{2n}^2} + \frac{\Delta R_{in}^2}{4R_{in}^2} \frac{R_{2n}^2}{(1 - R_{in})^2}};\\ \Delta \sigma_e &= \frac{\sqrt{D_s (1 - R_{in} - R_{2n})}}{\sigma_e} \times \\ \times \sqrt{1 + (1 - R_{in} - R_{2n})^2 \left(\frac{\Delta^2 R_{in}}{4R_{in}^2 (1 - R_{in})^2} + \frac{\Delta^2 R_{2n}}{4R_{2n}^2 (1 - R_{2n})^2}\right)} \end{split}$$

а их коэффициенты корреляции

$$C_{in,2n} = \frac{\left\langle \delta \sigma_{in} \delta \sigma_{2n} \right\rangle}{\sigma_{in} \Delta \sigma_{in} \sigma_{2n} \Delta \sigma_{2n}} = C_s^{g,g'} \times \frac{1 + \frac{\Delta^2 R_{in} R_{2n}}{4R_{in}^2 (1 - R_{in})} - \frac{\Delta^2 R_{2n} R_{in}}{4R_{2n}^2 (1 - R_{2n})}}{\sqrt{1 + \frac{\Delta^2 R_{in}}{4R_{in}^2} + \frac{\Delta R_{2n}^2}{4R_{2n}^2} \frac{R_{in}^2}{(1 - R_{2n})^2}} \sqrt{1 + \frac{\Delta^2 R_{2n}}{4R_{2n}^2} + \frac{\Delta R_{in}^2}{4R_{in}^2} \frac{R_{2n}^2}{(1 - R_{in})^2}};$$

$$\begin{split} C_{in,e} &= C_{s}^{g,g'} \times \\ \times \Bigg[1 - \frac{\Delta^{2}R_{in}(1 - R_{in} - R_{2n})}{4R_{in}^{2}(1 - R_{in})} + \frac{\Delta^{2}R_{2n}(1 - R_{in} - R_{2n})}{4R_{2n}^{2}(1 - R_{2n})} \Bigg] \middle/ \\ & \left/ \Bigg[\sqrt{1 + \frac{\Delta^{2}R_{in}}{4R_{in}^{2}} + \frac{\Delta R_{2n}^{2}}{4R_{2n}^{2}} \frac{R_{in}^{2}}{(1 - R_{2n})^{2}}} \times \right. \\ \times \sqrt{1 + (1 - R_{in} - R_{2n})^{2} \left(\frac{\Delta^{2}R_{in}}{4R_{in}^{2}(1 - R_{in})^{2}} + \frac{\Delta^{2}R_{2n}}{4R_{2n}^{2}(1 - R_{2n})^{2}} \right)} \Bigg]; \end{split}$$

$$\begin{split} C_{2n,e} &= C_s^{g,g'} \times \\ \times \Bigg[1 + \frac{\Delta^2 R_{in} (1 - R_{in} - R_{2n})}{4R_{in}^2 (1 - R_{in})} - \frac{\Delta^2 R_{2n} (1 - R_{in} - R_{2n})}{4R_{2n}^2 (1 - R_{2n})} \Bigg] \middle/ \\ & \left/ \Bigg[\sqrt{1 + \frac{\Delta^2 R_{2n}}{4R_{2n}^2} + \frac{\Delta R_{in}^2}{4R_{in}^2} \frac{R_{2n}^2}{(1 - R_{in})^2}} \times \right. \\ & \left. \times \sqrt{1 + (1 - R_{in} - R_{2n})^2 \left(\frac{\Delta^2 R_{in}}{4R_{in}^2 (1 - R_{in})^2} + \frac{\Delta^2 R_{2n}}{4R_{2n}^2 (1 - R_{2n})^2} \right)} \Bigg] . \end{split}$$

Для корректной формулировки кросс корреляций между погрешностями сечений разных реакций в разных группах требуется оценить ковариации погрешностей факторов R_{in} и R_{2n} . Учитывая, сколь ненадёжной являлась оценка факторов и их погрешностей, оценивать ковариации этих погрешностей представляется неоправданным.

Следует отметить, что приближения, используемые для линеаризации зависимости случайных отклонений сечений от случайных отклонений погрешностей факторов, не являются вполне корректными, так как справедливы лишь при условии малости возмущений факторов, а это условие при малых значениях факторов сильно нарушается. Однако при малом значении факторов, т.е. вблизи порога соответствующей реакции, связанные с отмеченной некорректностью погрешности в оценке коэффициентов корреляции также малосущественны.

Результаты пересмотра погрешностей сечений рассеяния

На рис. 6 сравниваются погрешности сечения упругого рассеяния из рассмотренных оценок и погрешности, полученные на основе описанной процедуры баланса. Как видно, выполнение условия баланса потребовало резкого снижения оценок погрешностей сечения упругого рассеяния почти во всей рассмотренной области энергий. Исключением является область тепловых и резонансных нейтронов, где сечению упругого рассеяния приписывались весьма низкие погрешности, обусловленные довольно сильными отрицательными коэффициентами корреляции между сечением рассеяния и сечением деления. Эти корреляции, однако, не устранили разбаланс погрешностей. Весьма вероятно, что анализ погрешностей парциальных сечений в области низких энергий на основе формализма Райха-Мура позволит приписать сечению упругого рассеяния мень-



Рис. 6. Оцененные погрешности сечения упругого рассеяния и погрешности, полученные из условия баланса, по БРОНД-3.1 (——), ENDF/B-VII (——), JENDL-4.0 (——), баланс (- - -)

шую погрешность, скомпенсировав разбаланс корреляциями погрешностей. В связи с низким значением сечения рассеяния в этой области и его ничтожным влиянием на баланс нейтронов в реакторах выполнение этой корректировки не представляется актуальным.

На рис. 7 сравниваются погрешности сечения неупругого рассеяния из рассмотренных оценок и погрешности, полученные на основе описанной процедуры приведения к балансу. И в этом случае требование баланса привело к существенному понижению оценок погрешностей в наиболее важной мегаэлектронвольтной области энергий. Вблизи порога оцененные из баланса погрешности резко возрастают из-за больших различий в оценках фактора *R_{in}* (см.



Рис. 7. Оцененные погрешности сечения неупругого рассеяния и погрешности, полученные из условия баланса, по БРОНД-3.1 (——), ENDF/B-VII (——), JENDL-4.0 (——), баланс (---)

табл. 2). Этот подъём погрешности адекватен разбросу оцененных данных вблизи порога.

На рис. 8 сравниваются погрешности сечения реакции (n, 2n). Резкое понижение погрешности, оцененной из условия баланса, проявляется, естественно, и в этом случае. Повышение погрешности, оцененной из баланса вблизи порога, обусловлено неопределённостью фактора R_{2n} , т.е. отражает разброс результатов оценок сечения реакции в этой области.



Рис. 8. Сравнение погрешностей сечений реакции (*n*, 2*n*) по БРОНД-3.1 (——), ENDF/B-VII (——), JENDL-4.0 (——), баланс (--)

Дополнительные замечания

О ковариациях между погрешностями разных сечений. Ранее ничего не говорилось о вычислении коэффициентов корреляции между погрешностями сечения рассеяния и погрешностями полного сечения (или погрешностями сечения деления или сечения захвата). Дело в том, что при условии отсутствия корреляций между погрешностями полного сечения, сечения деления и сечения захвата матрицы коэффициентов корреляции погрешностей этих сечений с сечением рассеяния однозначно определяются уже имеющимися данными. Например, ковариация погрешностей сечения деления в группах g и g' равна $\Delta \sigma_f^s \sigma_f^s C_f^{g',s} \Delta \sigma_f^{g'} \sigma_f^{g'}$. Та часть погрешности сечения рассеяния в группе g, которая коррелирует с погрешностью сечения деления в этой группе, равна $\Delta \sigma_f^g \sigma_f^g$ барн. Погрешность сечения рассеяния в группе g равна

$$\begin{split} \sqrt{\Delta^2 \sigma_t^g (\sigma_t^g)^2 + \Delta^2 \sigma_f^2 (\sigma_f^g)^2 + \Delta^2 \sigma_c^2 (\sigma_c^g)^2} = \\ = \Delta \sigma_s^g \sigma_s^g \text{ барн.} \end{split}$$

Ковариация погрешностей сечения деления является составной частью ковариации погрешностей и сечения рассеяния. Для вычисления коэффициента корреляции эту общую часть надо разделить на произведение погрешностей коррелирующих сечений, т.е. на $\Delta \sigma_s^g \sigma_s^g \Delta \sigma_f^{g'} \sigma_s^{g'}$. Таким образом:

$$C_{e,f}^{s,s'} = \frac{\Delta \sigma_f^s \sigma_f^s C_f^{s',s} \Delta \sigma_f^s \sigma_f^{s'}}{\Delta \sigma_s^s \sigma_s^s \sigma_s^s \Delta \sigma_f^s \sigma_f^{s'}} = C_f^{s,s'} \frac{\Delta \sigma_f^s \sigma_f^s}{\Delta \sigma_s^s \sigma_s^s}$$

Точно так же

$$C_{e,f}^{g',g} = C_f^{g',g} \frac{\Delta \sigma_f^{g'} \sigma_f^{g}}{\Delta \sigma_s^{g'} \sigma_s^{g'}}$$

Несмотря на то, что $C_{f}^{g,g'} = C_{f}^{g',g}$, матрица коэффициентов корреляции сечений рассеяния несимметрична: $C_{s}^{g,g'} = C_{s}^{g',g}$, так как отношения погрешностей $\frac{\Delta \sigma_{f}^{g'} \sigma_{f}^{g'}}{\Delta \sigma_{s}^{g'} \sigma_{s}^{g'}}$ в разных группах

отличаются друг от друга.

Поскольку матрицы коэффициентов корреляции столь просто выражаются через содержащиеся в наборе ковариационных данных матрицы коэффициентов корреляции полных сечений, сечений деления и сечений захвата и сопровождающие эти матрицы векторы сечений и их погрешностей, загромождать набор ковариационных данных дополнительными прямоугольными матрицами, не содержащими никакой дополнительной информации, представляется нецелесообразным.

О погрешностях параметров энергоугловых распределений. Важнейшим параметром, характеризующим угловые распределения рассеянных нейтронов, является средний косинус угла рассеяния. Целесообразно дополнить ковариационные данные данными о погрешностях среднего косинуса угла упругого рассеяния. Самой оптимистической оценкой этих погрешностей могли бы стать максимальные расхождения в величине среднегрупповых значений среднего косинуса в различных современных библиотеках оцененных данных. С точки зрения использования этой информации для оценки погрешностей расчётных результатов было бы достаточным оценить погрешности среднего косинуса суммарного сечения рассеяния.

Выделение из суммарного сечения рассеяния реакции (n, 2n) практически является условным — реакцию (n, 2n) в инженерных расчётах отдельно не выделяют, рассматриваются упругое рассеяние и суммарное сечение неупругих взаимодействий с испусканием вторичных нейтронов. Роль реакций (n, 2n), (п, 3п) и т.п. учитывается путём определения числа вторичных нейтронов неупругих взаимодействий — "множественностью" у. Ниже порога реакции (n, 2n)y = 1, так что влияние реакций (n, 2n), (n, 3n) на характеристики нейтронных полей определяется, главным образом, величиной у – 1. С практической точки зрения представляется целесообразным заменить данные о погрешностях сечения реакции (n, 2n) (с фиксированным для инженера-пользователя значением у - 1 = 1) аналогичными данными о погрешностях величины у – 1, которая учитывала бы, естественно, и вклад реакции (n, 3n) там, где это нужно (для урана-235, например, в первой группе эта реакция весьма значима).

Параметром, которым можно было бы охарактеризовать неточность знания спектров рассеянных нейтронов, могло бы явиться снижение ценности нейтронов по отношению к делению урана-238 — основного сырьевого материала реакторов, дающего при этом и весьма весомый вклад в коэффициент размножения нейтронов. Конкретно в качестве спектрального параметра предлагается использовать отношения сечений деления урана-238 для энергии рассеянного нейтрона и для энергии, которой нейтрон обладал до рассеяния. О рассмотрении оценок ковариационных данных библиотек ENDF/B-8 и JEFF-3.3. Ковариационные данные в этих библиотеках были оценены в конце 2017 г. Во время выполнения настоящей работы эти данные авторам были недоступны. Представляется весьма вероятным, что учёт этих новых оценок потребует пересмотра рекомендаций по выбору ковариационных данных урана-235, представленных в настоящей работе. Однако изложенные в ней требования, касающиеся баланса погрешностей, должны соблюдаться в любом случае. Поэтому то, что новейшие оценки погрешностей нейтронных сечений в настоящей работе не учтены, не означает её неактуальность.

Список литературы

1. Chadwick M.B., Herman M., Oblozinsky P., Dunn M.E., Danon Y., Kahler A.C., Smith D.L., Pritychenko B., Arbanas G., Arcilla R., Brewer R., Brown D.A., Capote R., Carlson A.D., Cho Y.S., Derrien H., Guber K., Hale G.M., Hoblit S., T.D., Johnson Kawano Holloway S., T., Kiedrowski B.C., Kim H., Kunieda S., Larson N.M., Leal L., Lestone J.P., Little R.C., McCutchan E.A., MacFarlane R.E., MacInnes M., Mattoon C.M., McKnight R.D., Mughabghab S.F., Nobre G.P.A., Palmiotti G., Palumbo A., Pigni M.T., Pronyaev V.G., Sayer R.O., Sonzogni A.A., Summers N.C., Talou P., Thompson I.J., Trkov A., Vogt R.L., van der Marck S.C., Wallner A., White M.C., Wiarda D., Young P.G. ENDF/B-VII.1 nuclear data for science and technology: cross sections, covariances, fission product yields and decay data. - Nuclear Data Sheets, 2011, vol. 112, Issue 12, p. 2887-2996.

2. Shibata K., Iwamoto O., Nakagawa T., Iwamoto N., Ichihara A., Kunieda S., Chiba S., Furutaka K., Otuka N., Ohsawa T., Murata T., Matsunobu H., Zukeran A., Kamada S., Katakura J. JENDL-4.0: a new library for nuclear science and engineering. — J. Nucl. Sci. Technol., 2011, vol. 48(1), p. 1—30.

3. *Блохин А.И., Гай Е.В., Игнатюк А.В., Коба И.И., Манохин В.Н., Проняев В.Г.* Новая версия библиотеки нейтронных данных БРОНД-3.1. — ВАНТ. Сер. Ядерно-реакторные константы, 2016, вып. 2, с. 62—93.

4. *MacFarlane R.E., Muir D.W.* The NJOY Nuclear Data Processing System. LA-12740, LANL, 1994.

5. Абагян Л.П., Базазянц Н.О., Николаев М.Н., Цибуля А.М. Групповые константы для расчёта реакторов и защиты. — М.: Энергоиздат, 1981.

6. *Головко Ю.Е.* Применение метода неопределенных множителей Лагранжа в анализе на непротиворечивость экспериментов на примере систем с высокообогащенным ураном. — Известия вузов. Ядерная энергетика, 2012, № 3, с. 5—15.

7. *Иванова Т.Т.* Оценка погрешности расчётного предсказания критических параметров размножающих систем с высокообогащённым ураном. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Обнинск, ФЭИ, 2004.

8. *Hale G.M., Johnson A.S.* — In: Proc. 17th Intern. IUPAP Conf. on Few-Body Problems in Physics. Durham NC, 5—10 June 2003, W. Gloeckle and W. Tornow eds. — Elsevier B.V., 2004, p. S120—S122.

Контактная информация— Жердев Геннадий Михайлович, ведущий научный сотрудник, тел.: +7 (484) 399-54-21, e-mail: zherdev@obninsk.ru

> Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1, с. 8—19.

УДК 519.622

Метод линейного возмущения оператора при решении задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка большой размерности с применением параллельных вычислений

А.В. Моряков,

НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, 1

Поступила в редакцию 11.12.2019 После доработки — 23.01.2020 Принята к публикации 17.03.2020

Представлен метод решения задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка большой размерности с возможностью применения параллельных вычислений. Даны оценки параметров, обеспечивающих оптимизацию итерационного процесса. К достоинствам метода можно отнести его простоту и возможность решения нелинейных задач с поправкой оператора с учётом решения, полученного в итерационном процессе, а также возможность использования параллельных вычислений в процессе получения решения.

Ключевые слова: задача Коши, алгоритм, итерационный процесс, система уравнений, решение, параметр, вектор-функция, параллельные вычисления.

The Method of the Operator Linear Perturbation for Solution of the Cauchy Problem for the Large Systems of Ordinary Differential Equations Using Parallel Calculations. A.V. Moryakov, NRC "Kurchatov Institute", 1, Akademika Kurchatova sq., Moscow, 123182.

This method of solution of the Cauchy problem for large systems of the first order ordinary differential equations using parallel calculations is considered. Estimations of parameters for the iteration process optimization are presented. Advantages of this method are simplicity, opportunity to get solution by parallel calculations and also possibility to resolve solution for non-linear problems by changing the operator using of the solution from iteration process.

Key Words: Cauchy problem, algorithm, iteration process, program, computer, system of equations, solution, space, vector function, parallel calculations.

Введение

В работах [1, 2] представлены основные положения предлагаемого метода решения задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка большой размерности с использованием параллельных вычислений. Цель данной работы получение оценок для используемых в методе параметров, обеспечивающих наилучшую сходимость итерационного процесса.

Постановка задачи

Рассмотрим задачу Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с оператором $A(t, \phi(t))$:

$$d\mathbf{\varphi}(t)/dt = \mathbf{A}(t, \,\mathbf{\varphi}(t)) \tag{1}$$

с начальными условиями $\varphi(0) = \vartheta, t \in [0, 1]$. Предполагается, что оператор $A(t, \varphi(t))$ удовлетворяет условию Липшица

$$\left| \mathbf{A}(t, \, \mathbf{\phi}_1(t)) - \, \mathbf{A}(t, \, \mathbf{\phi}_2(t)) \right| \leq \mathbf{M} \left| \mathbf{\phi}_1(t) - \mathbf{\phi}_2(t) \right|.$$

Любая система, определённая на интервале времени $t \in [0, T]$, может быть сведена к системе, определённой на отрезке [0, 1], введением новой переменной t = Ts, $s \in [0, 1]$.

Тогда
$$\frac{d\mathbf{\varphi}(s)}{ds} = \frac{d\mathbf{\varphi}(t)}{dt}\frac{dt}{ds} = \frac{d\mathbf{\varphi}(t)}{dt}T$$
, с учётом это-

ro d**φ**(s)/ds = (A(s, **φ**(s))T.

Запишем уравнение (1) следующим образом:

 $d\mathbf{\varphi}(t)/dt = \mathbf{A}(t, \mathbf{\varphi}(t)) + r\mathbf{\varphi}(t) - r\mathbf{\varphi}(t),$

введя некоторый положительный параметр *r*. Вектор $\varphi(t)$ задан в пространстве R_0^n с расстоянием между элементами пространства $D(x, y) = \max |x_j(t) - y_j(t)|$ для $\forall j = 1, ..., n$. Построим последовательность $\varphi_k(t)$ для получения решения уравнения (1) согласно итерационному процессу по следующей схеме, стартуя с некоторого, например, $\varphi_0(t) = \mathbf{9}$:

 $d\mathbf{\varphi}_k(t)/dt = \mathbf{A}(t, \mathbf{\varphi}_{k-1}(t)) + r\mathbf{\varphi}_{k-1}(t) - r\mathbf{\varphi}_k(t).$

Обозначим $\gamma_{k-1}(t) = \mathbf{A}(t, \mathbf{\varphi}_{k-1}(t)) + r \mathbf{\varphi}_{k-1}(t),$ тогда

 $d\mathbf{\varphi}_k(t)/dt = -r\mathbf{\varphi}_k(t) + \gamma_{k-1}(t). \tag{2}$

Особенностью системы (2) является то, что в этих уравнениях неизвестные в векторе $\varphi_k(t)$ не связаны друг с другом, следовательно, могут быть найдены с помощью параллельных вычислительных процессов. Система имеет простое аналитическое решение, можно назвать его "ведущим" решением:

$$\boldsymbol{\varphi}_{k}(t) = \exp\left(-rt\right) \int_{0}^{t} \exp\left(rt\right) \boldsymbol{\gamma}_{k-1}(t') dt' + \exp\left(-rt\right) \boldsymbol{\vartheta}_{k-1}(t') dt'$$

Покажем, что организованный итерационный процесс (последовательность "ведущих" решений) сходится к решению уравнения (1).

Обозначим

$$\mathbf{B}\boldsymbol{\varphi}(t) = \exp\left(-rt\right)\int_{0}^{t} \exp\left(rt'\right) (\mathbf{A}(t', \boldsymbol{\varphi}(t')) + r\boldsymbol{\varphi}(t'))dt',$$

тогда $\varphi_k(t) = B\varphi_{k-1}(t) + \exp(-rt)\mathbf{9}$. Тогда некоторая степень оператора B^k будет оператором сжатия, начиная с некоторого k.

Докажем это утверждение. Справедливы два соотношения на интервале $t \in [0, 1]$ для В $\varphi(t)$. Это $\exp(-rt) \le 1$ (экспоненту можно убрать из оценок, заменив её на 1), и если обозначить $g(t') = A(\varphi(t'), t')$, то

$$\max \int_{0}^{t} |\exp(rt')g(t')| dt' \leq \\ \leq \exp(r) \int_{0}^{t} |g(t')| dt'.$$

Следующая оценка

$$\max \int_{0}^{t} |\exp(rt')g(t')| dt' \le \\ \le \exp(r) \max \int_{0}^{t} |g(t')| dt' \le \frac{\exp(r)}{r} \int_{0}^{t} |g(t')| dt'$$

будет консервативней (оценкой сверху), чем предыдущая оценка при r < 1 (r — по определению положительный параметр).

С учётом этих соотношений для \forall элементов $\mathbf{\theta}_1$ и $\mathbf{\theta}_2$ пространства R^n , предполагая, что $A(t, \mathbf{\varphi}(t))$ удовлетворяет условию Липшица, получаем

$$D(B^{1}\boldsymbol{\theta}_{1}, B^{1}\boldsymbol{\theta}_{2}) = \max |B^{1}\boldsymbol{\theta}_{1} - B^{1}\boldsymbol{\theta}_{2}| \leq \\ \leq \max |\int_{0}^{t} \exp(rt')(A(t', \boldsymbol{\theta}_{1}) + r\boldsymbol{\theta}_{1})dt' - \\ -\int_{0}^{t} \exp(rt')(A(t', \boldsymbol{\theta}_{2}) + r\boldsymbol{\theta}_{2})dt'| = \\ = \max |\int_{0}^{t} \exp(rt')((A(t', \boldsymbol{\theta}_{1}) + r\boldsymbol{\theta}_{1}) - \\ -(A(t', \boldsymbol{\theta}_{2}) + r\boldsymbol{\theta}_{2}))dt'| \leq \\ \leq \max \int_{0}^{t} \exp(rt')(|A(t', \boldsymbol{\theta}_{1}) - A(t', \boldsymbol{\theta}_{2})| + \\ +r |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}|)dt \leq$$

$$\leq \frac{\exp(r)}{r} (M+r) \int_{0}^{t} \max|\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| dt' \leq$$

$$\leq \frac{\exp(r)}{r} (M+r) \max|\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \int_{0}^{t} dt' =$$

$$= \frac{\exp(r)}{r} (M+r) \max|\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| t|_{0}^{1} =$$

$$= \frac{\exp(r)}{r} (M+r) \max|\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}|.$$

Соответственно для оператора \mathbf{B}^2

$$D(B^{2}\boldsymbol{\theta}_{1}, B^{2}\boldsymbol{\theta}_{2}) = \max |B^{2}\boldsymbol{\theta}_{1} - B^{2}\boldsymbol{\theta}_{2}| \leq \\ \leq \frac{\exp(r)}{r} \int_{0}^{t} (M+r) \max |B^{1}\boldsymbol{\theta}_{1} - B^{1}\boldsymbol{\theta}_{2}| dt' \leq \\ \leq \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} \int_{0}^{t} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| t' dt' = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{2}}{2!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{2}}{2!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{2}}{2!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{2}}{2!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{2}}{2!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{2}}{2!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{2}}{2!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{2}}{2!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{2}}{2!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{2}}{2!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{2}}{2!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{2}}{2!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{2}}{2!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{2}}{2!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{2}}{2!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{2}}{2!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{2}}{2!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{2}}{2!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{2}}{2!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} (M+r)^{2} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{2}}{2!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{2} (M+r)^{2} (M+r)^{2} (M+r)^{2} (M+r)^{2} (M+r)^{2} (M+r)^{2} (M+r)^{2} (M+r)^{2} (M+r$$

и для оператора В³

$$D(B^{3}\boldsymbol{\theta}_{1}, B^{3}\boldsymbol{\theta}_{2}) = \max |B^{3}\boldsymbol{\theta}_{1} - B^{3}\boldsymbol{\theta}_{2}| \leq \\ \leq \frac{\exp(r)}{r} \int_{0}^{t} (M+r) \max |B^{2}\boldsymbol{\theta}_{1} - B^{2}\boldsymbol{\theta}_{2}| dt' \leq \\ \leq \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{3} \int_{0}^{t} (M+r)^{3} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t'}{2!}\right)^{2} dt' = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{3} (M+r)^{3} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{3}}{3!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{3} (M+r)^{3} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{3}}{3!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{3} (M+r)^{3} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{3}}{3!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{3} (M+r)^{3} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{3}}{3!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{3} (M+r)^{3} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{3}}{3!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{3} (M+r)^{3} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{3}}{3!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{3} (M+r)^{3} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{3}}{3!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{3} (M+r)^{3} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{3}}{3!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{3} (M+r)^{3} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{3}}{3!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{3} (M+r)^{3} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{3}}{3!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{3} (M+r)^{3} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{3}}{3!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{3} (M+r)^{3} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{3}}{3!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{3} (M+r)^{3} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{3}}{3!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{3} (M+r)^{3} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{3}}{3!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{3} (M+r)^{3} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{3}}{3!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{3} (M+r)^{3} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{3}}{3!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{3} (M+r)^{3} \exp(r)^{3} \left(\frac{t^{3}}{3!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{3} (M+r)^{3}$$

$$\leq \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{k} \left(M+r\right)^{k} \frac{1^{k}}{k!} \max \left| \boldsymbol{\theta}_{1}-\boldsymbol{\theta}_{2} \right|.$$

Тогда, начиная с некоторого k, получим $\left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^k (M+r)^k \frac{1^k}{k!} < 1$, и отображение \mathbf{B}^k будет сжимающим отображением, следовательно, описанный итерационный процесс будет сходиться к решению уравнения (1) [3]. Чем меньше величина $\frac{\exp(r)}{r}(M+r)$, тем быстрее будет сходиться итерационный процесс.

Таким образом, справедлива теорема, что решение уравнения (1) может быть представлено в виде

$$\boldsymbol{\varphi}(t) = \exp(-rt) \int_{0}^{t} \exp(rt') \boldsymbol{\Psi}(t') dt' + \exp(-rt) \boldsymbol{\vartheta},$$

где $\Psi(t')$ — вектор-функция, полученная в результате итерационного процесса.

Решение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений (1) свели к нахождению решения системы интегральных уравнений второго рода типа Вольтерра

$$\boldsymbol{\varphi}(t) = \exp(-rt) \int_{0}^{t} \exp(rt') \mathbf{A}(t', \boldsymbol{\varphi}(t')) + r\boldsymbol{\varphi}(t') dt' + \exp(-rt) \boldsymbol{\vartheta}.$$

Продифференцировав это уравнение, получим (1). При r = 0 уравнение примет вид

 $\boldsymbol{\varphi}(t) = \int_{0}^{t} \mathbf{A}(t', \boldsymbol{\varphi}(t')) dt' + \boldsymbol{\vartheta}.$ Это уравнение может

быть сразу получено из (1), если проинтегрировать правую и левую части (1) от 0 до t.

Выбор параметра r

Для имеющейся оценки $D(\mathbf{B}^{k}\theta_{1}, \mathbf{B}^{k}\theta_{2}) = \max |\mathbf{B}^{k}\theta_{1} - \mathbf{B}^{k}\theta_{2}| \le \le \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{k} (M+r)^{k} \max |\theta_{1} - \theta_{2}| \frac{1^{k}}{k!}$

найдём такое значение *r*, при котором $D(B^k \theta_1, B^k \theta_2)$ будет минимальным. Существуют два корня уравнения $\frac{dD(M, r)}{dr} = 0$ — это

$$r = -\frac{M}{2} \pm \sqrt{\frac{M^2}{4} + M} \ .$$

Положительный $r = -\frac{M}{2} + \sqrt{\frac{M^2}{4} + M}$ соответ-

ствует минимальному значению $D(B^k\theta_1, B^k\theta_2)$. На рисунке представлен график зависимости оценки сходимости D(r) от величины r при значении M = 1.

Несмотря на то, что формально сходимость итерационного процесса возможна при любом r, фактически параметр r должен быть сравним с M. В этом случае при формировании $\gamma_{k-1}(t)$ в итерационном процессе будет вноситься сравнимое с воздействием оператора "возмущение" в правую часть системы уравнений (2). На рисунке видно, что D(r) значительно возрастает при r > 3M и r < 0,2M. Кроме



того, параметр r входит в показатель экспоненты при вычислении решения и при значительных значениях величины M, возможна потеря точности вычислений. При значительной величине M величина r, полученная из приведённой оценки, будет мала относительно M, а так как вносимое возмущение в систему должно быть сравнимо с M, получаем критерий для выбора временного шага Δt — это соотношение r = M. Тогда необходимый Δt получаем из уравнения

$$\Delta tM = -\frac{\Delta tM}{2} + \sqrt{\frac{\Delta t^2 M^2}{4} + \Delta tM}$$
, отсюда $\Delta t = \frac{1}{2M}$

При таком значении Δt получим r = 1/2, что соответствует требованию r < 1, принятому ранее. В предыдущих работах, где использовалась менее консервативная оценка для

$$D(\mathbf{B}^{k}\boldsymbol{\theta}_{1},\mathbf{B}^{k}\boldsymbol{\theta}_{2}) =$$
$$= \max |\mathbf{B}^{k}\boldsymbol{\theta}_{1} - \mathbf{B}^{k}\boldsymbol{\theta}_{2}| \leq (M+r)^{k} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \frac{1^{k}}{k!}$$

по сравнению с

$$D(\mathbf{B}^{k}\boldsymbol{\theta}_{1},\mathbf{B}^{k}\boldsymbol{\theta}_{2}) = \max |\mathbf{B}^{k}\boldsymbol{\theta}_{1} - \mathbf{B}^{k}\boldsymbol{\theta}_{2}| \leq \leq \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{k} (M+r)^{k} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \frac{1^{k}}{k!},$$

так как всегда $\frac{\exp(r)}{r} > 1$, значение параметра rвыбиралось равным M независимо от выбранного значения временного шага Δt . Значение Δt было не связано с параметром r.

Если оператор А ограничен величиной M_1 на отрезке $t \in [0,T]$, то интервал времени T всегда можно разбить на N частей с шагом Δt (с отображением Δt на интервал [0,1] получим $M = M_1 \Delta t$), тогда задача нахождения решения на отрезке $t \in [0,T]$ сводится к последовательности задач Коши с известными начальными условиями для $t_i = (i-1)\Delta t$, i = 1, ..., N.

Параллельная схема решения задачи (1)

При конечно-разностной аппроксимации оператора, в результате которой оператор представляет собой матрицу, элементы которой в общем случае могут зависеть от решения, система уравнений (1) разбивается на подсистемы размерностью N_i . Число подсистем равно N. Тогда $n = \sum_{i=1}^{N} N_i$. Разбивку на подсистемы желательно делать равномерной, $N_i \approx n/N$. Таким образом, число операций на каждом вычислительном ядре будет примерно одинаковым, это необходимо для получения лучшей эф-

процесса. Связь между подсистемами осуществляется посредством пересчитываемых на внешних итерациях членов "связи" для каждой подсистемы. Член "связи" отражает влияние других подсистем на данную подсистему. Уравнение для подсистемы *i* имеет вид

фективности организованного параллельного

$$\frac{d\mathbf{\phi}_{i}^{k}(t)}{dt} = \mathbf{A}_{i}\mathbf{\phi}_{i}^{k-1}(t) + r\mathbf{\phi}_{i}^{k-1}(t) - -r\mathbf{\phi}_{i}^{k}(t) + Q_{i}(t) + \sum_{i=1}^{N-1} \mathbf{\chi}_{i,j\neq i}^{k-1}(t),$$
(3)

где $t \in [0,1]$; $Q_i(t)$ — член источника; $\varphi_i(0) = \xi_i$ — начальные условия; k — номер итерации; $\chi_{i,j}^{k-1}(t) = A_{j,i}\varphi_j^{k-1}(t)$ — член, связывающий подсистему i с подсистемой j.

Задача (3) решается с использованием *N* параллельных вычислительных процессов. Каждый вычислительный процесс обеспечивает нахождение решения задачи (3) по описанному алгоритму.

Получение решения задачи (3) осуществляется через следующий итерационный процесс:

— стартуя с начального приближения, параллельно получаются решения для каждой подсистемы $\phi_i^0(t)$ (верхний индекс — номер итерации) в виде разложения в ряд по ортогональным полиномам;

— далее рассчитывается источник, связывающий подсистемы друг с другом, $\sum_{j=1}^{N-1} \chi^0_{i,j\neq i}(t)$

ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1

в виде ряда по ортогональным полиномам с применением передачи данных по стандарту MPI. Итерация считается завершённой;

— затем параллельно получаются новые решения для задачи (3) $\varphi_i^1(t)$, и итерационный процесс продолжается по описанной схеме до получения решения задачи с заданной относительной точностью для двух последовательно полученных решений. Если оператор А удовлетворяет условию Липшица, то очевидно, что и $\forall A_i$ на подпространстве (подсистеме) *i* будет удовлетворять этому условию:

$$|\mathbf{A}_{i}(t, \mathbf{\phi}_{i,1}(t)) - \mathbf{A}_{i}(t, \mathbf{\phi}_{i,2}(t))| \leq \\ \leq M |\mathbf{\phi}_{i,1}(t) - \mathbf{\phi}_{i,2}(t)| \leq M |\mathbf{\phi}_{1}(t) - \mathbf{\phi}_{2}(t)|.$$

Изначально выбирается r > 0, тогда выберем наибольшую величину между (M + r)M и (M + r). Обозначим её W. Это будет необходимо для проведения дальнейших оценок сверху. Покажем, что предложенный итерационный процесс сходится к решению задачи (1).

Для ∀і оператора

+

$$\mathbf{B}_{i} = \exp(-rt) \int_{0}^{t} \exp(rt') (\mathbf{A}_{i} + r) dt'$$

и для двух \forall элементов основного пространства сходимость итерационного процесса следует из соотношений

$$D(\mathbf{B}_{i}^{1} \mathbf{\theta}_{1,i}, \mathbf{B}_{i}^{1} \mathbf{\theta}_{2,i}) = \max |\mathbf{B}_{i}^{1} \mathbf{\theta}_{1,i} - \mathbf{B}_{i}^{1} \mathbf{\theta}_{2,i}| \leq \\ \leq \frac{\exp(r)}{r} \int_{0}^{t} \max |\mathbf{\theta}_{1,i} - \mathbf{\theta}_{2,i}| (M+r) dt' + \\ \cdot \frac{\exp(r)}{r} \int_{0}^{t} (M+r) M \sum_{j=1}^{N-1} \max |\mathbf{\theta}_{1,j\neq i} - \mathbf{\theta}_{2,j\neq i}| dt' \leq \\ \leq \frac{\exp(r)}{r} \max |\mathbf{\theta}_{1,i} - \mathbf{\theta}_{2,i}| W \int_{0}^{t} dt' + \\ + \frac{\exp(r)}{r} W \sum_{j=1}^{N-1} \max |\mathbf{\theta}_{1,j\neq i} - \mathbf{\theta}_{2,j\neq i}| \int_{0}^{t} dt' \leq \\ \leq \frac{\exp(r)}{r} W \sum_{j=1}^{N} \max |\mathbf{\theta}_{1,j\neq i} - \mathbf{\theta}_{2,j\neq i}| |\int_{0}^{t} dt' \leq \\ = \frac{\exp(r)}{r} W N \max |\mathbf{\theta}_{1,j} - \mathbf{\theta}_{2,j}| (t) |_{0}^{1} = \\ = \frac{\exp(r)}{r} WN \max |\mathbf{\theta}_{1} - \mathbf{\theta}_{2}| \left(\frac{t}{1!}\right)|_{0}^{1} = \\ = \frac{\exp(r)}{r} WN \max |\mathbf{\theta}_{1} - \mathbf{\theta}_{2}| \left(\frac{t}{1!}\right)|_{0}^{1} =$$

При проведении оценки для $D(B_i^1 \theta_{1,i} B_i^1 \theta_{2,i})$ множители (M + r) и (M + r)M заменили на W, что только усилило оценку сверху с учётом сделанных предположений и позволило упростить, собрав все члены под один знак суммы, окончательную формулу для выполняемой оценки.

$$\begin{aligned} & \int (B_i^2 \theta_{1,i}, B_i^2 \theta_{2,i}) = \max |B_i^2 \theta_{1,i} - B_i^2 \theta_{2,i}| \le \\ & \leq \frac{\exp(r)}{r} \int_0^t \max |B^1 \theta_{1,i} - B^1 \theta_{2,i}| (M+r) dt' + \\ & + \frac{\exp(r)}{r} \int_0^t (M+r) M \sum_{j=1}^{N-1} \max |B^1 \theta_{1,j\neq i} - B^1 \theta_{2,j\neq i}| dt' \le \\ & \leq \frac{\exp(r)}{r} \max |B^1 \theta_{1,i} - B^1 \theta_{2,i}| (M+r) \int_0^t dt' + \\ & + \frac{\exp(r)}{r} (M+r) \sum_{j=1}^{N-1} \max |B^1 \theta_{1,j\neq i} - B^1 \theta_{2,j\neq i}| \int_0^t dt' \le \\ & \leq \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^2 W \sum_{j=1}^{N} \int_0^t \max |\theta_{1,j\neq i} - \theta_{2,j}| dt' \le \\ & \leq \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^2 W \sum_{j=1}^{N} \int_0^t \max |\theta_{1,j} - \theta_{2,j}| dt' \le \\ & \leq \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^2 W \sum_{j=1}^{N} \int_0^t W \max |\theta_{1,m} - \theta_{2,m}| \frac{t'}{1!} dt' \le \\ & \leq \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^2 W^2 N^2 \max |\theta_1 - \theta_2| \frac{t^2}{2!} |_0^1 = \\ & = \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^2 W^2 N^2 \max |\theta_1 - \theta_2| \frac{1^2}{2!} \end{aligned}$$

получаем рекуррентную формулу, по которой для оператора В^{*k*}_{*i*}

$$D(\mathbf{B}_{i}^{k}\boldsymbol{\theta}_{1,i},\mathbf{B}_{i}^{k}\boldsymbol{\theta}_{2,i}) = \max |\mathbf{B}_{i}^{k}\boldsymbol{\theta}_{1,i} - \mathbf{B}_{i}^{k}\boldsymbol{\theta}_{2,i}| \leq \\ \leq \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{k} W^{k} N^{k} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \left(\frac{t^{k}}{k!}\right)|_{0}^{1} = (4)$$
$$= \left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^{k} W^{k} N^{k} \max |\boldsymbol{\theta}_{1} - \boldsymbol{\theta}_{2}| \frac{1^{k}}{k!}.$$

Неравенство (4) справедливо для $\forall i$ подпространства, следовательно, и для всего пространства. Начиная с некоторого k, получим $\left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^k W^k N^k \frac{1^k}{k!} < 1$, следовательно, отображение будет сжимающим [3] и организованный итерационный процесс будет сходиться к решению (1).

Модель с использованием r_i для операторов A_i при параллельной схеме решения задачи

Для каждого A_i , имеющего свой M_i , можно использовать свой положительный параметр r_i . Для имеющейся оценки

$$D(\mathbf{B}_{i}^{k}\boldsymbol{\theta}_{1,i}, \mathbf{B}_{i}^{k}\boldsymbol{\theta}_{2,i}) = \max |\mathbf{B}_{i}^{k}\boldsymbol{\theta}_{1,i} - \mathbf{B}_{i}^{k}\boldsymbol{\theta}_{2,i}| \leq \leq \left(\frac{\exp(r)}{r_{i}}\right)^{k} (M_{i} + r_{i})^{k} \max |\boldsymbol{\theta}_{1,i} - \boldsymbol{\theta}_{2,i}| \frac{1^{k}}{k!},$$

как было сделано ранее, найдём такое значение r_i , при котором $D(\mathbf{B}_i^k \mathbf{\theta}_{1,i}, \mathbf{B}_i^k \mathbf{\theta}_{2,i})$ будет минимальным. Существуют два корня уравнения $\frac{dD}{dr} = 0$ — это $r_i = -\frac{M_i}{2} \pm \sqrt{\frac{M_i^2}{4} + M_i}$. Положительный корень

$$r_{i} = -\frac{M_{i}}{2} + \sqrt{\frac{M_{i}^{2}}{4} + M_{i}}$$
(5)

соответствует минимальному значению $D(\mathbf{B}_{i}^{k} \mathbf{\theta}_{1,i}, \mathbf{B}_{i}^{k} \mathbf{\theta}_{2,i})$. Временной шаг для системы Δt выбирается из условия

$$\Delta t \max(M_i) = -\frac{\Delta t \max(M_i)}{2} + \sqrt{\frac{\Delta t^2 (\max(M_i))^2}{4} + \Delta t \max(M_i)},$$

тогда $\Delta t = \frac{1}{2 \max(M_i)},$ при этом выбираем

 $r_i = M_i \Delta t \leq \max(M_i) \Delta t$.

В предельном случае, когда используется число параллельных процессов, равное размерности вектора **φ**, решение задачи (1) может быть получено как решение системы уравнений

$$d\mathbf{\varphi}_{k}(t) / dt = A(t, \mathbf{\varphi}_{k-1}(t)) + R\mathbf{\varphi}_{k-1}(t) - R\mathbf{\varphi}_{k}(t),$$

где R — диагональная матрица с коэффициен-
тами $r_{i,i} = |a_{i,i}| \Delta t$, где $\Delta t = \frac{1}{2 \max |a_{i,i}|}; a_{i,i}$ —

элементы матрицы, полученной после конечноразностной аппроксимации оператора А. Здесь $r_{i,i}$ получены из условия $r_{i,i} = M_i$, но возможно использовать формулу (5) для получения $r_{i,i}$.

Слабосвязанные системы

Для задач, где оператор А описывает конечно-разностную аппроксимацию уравнений в частных производных первого или второго порядка по пространственным координатам и число пространственных подобластей (подпространств) равно N, связь подобластей будет только с соседними подобластями. Таким образом, полное число связей в системе будет не более 6N. Для таких задач эффективность параллельного процесса будет значительной величиной даже при больших значениях N, так как коэффициент в (4) при max $|\theta_1 - \theta_2|$ будет

иметь вид
$$\left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^k n^k W^k 7^k \frac{1^k}{k!}$$
 (7 — это ко-

личество подпространств, т.е. данное плюс 6 "соседей") и не зависеть от *N*. При опреде-

лённом
$$k$$
 $k!$ "догонит" $\left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^k n^k W^k 7^k$ и

получим $\left(\frac{\exp(r)}{r}\right)^k n^k W^k$

$$k^{k}7^{k}\frac{1^{k}}{k!} < 1$$
. Вычисли-

тельную модель можно масштабировать по числу используемых параллельных процессов, уменьшая вычислительную нагрузку на процесс, до тех пор, пока время обмена данными будет сравнимо со временем вычисления решения на итерации.

Заключение

Полученные оценки доказывают сходимость итерационного процесса решения поставленной задачи Коши. Оценки даны как для алгоритма с использованием одного вычислительного ядра, так и для параллельного алгоритма с использованием N вычислительных ядер. Показано, что полученные величины r_i обеспечивают оптимизацию сходимости итерационного процесса.

Достаточно общая постановка задачи (нет требования к линейности оператора) даёт возможность широкого применения предложенного метода решения задачи Коши для решения различного рода задач, описывающих динамические процессы системой дифференциальных уравнений (1). Возможность применения параллельных вычислений позволяет использовать значительные ресурсы современных вычислительных комплексов. Солвер для решения задачи Коши, в котором реализованы алгоритмы представленного метода, применялся для решения задач массопереноса радиоактивных продуктов деления по контурам ядерных энергетических установок [4], решения нестационарных задач теплопроводности [5], задач пространственной кинетики реакторов [6], а также для решения задач молекулярной динамики (моделирование динамики большого ансамбля взаимодействующих частиц).

Автор благодарит д.ф.-м.н. М.И. Гуревича за помощь в работе над статьёй.

Список литературы

1. *Моряков А.В.* Алгоритм решения линейной задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений большой размерности с использованием параллельных вычислений. — ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2015, вып. 2, с. 4—14.

2. *Моряков А.В.* Оценка сходимости параллельного алгоритма решения линейной задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка большой размерности при представлении решения в виде ряда по ортогональным полиномам. — ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2018, вып. 1, с. 4—9.

3. *Колмогоров А.Н., Фомин С.В.* Элементы теории функций и функционального анализа. — М.: Наука, 1972.

4. *Крапивин М.А., Лалетин И.Н., Моряков А.В.* Моделирование переноса продуктов деления в контуре ВВЭР. — Атомная энергия, 2017, т. 123, вып. 2, с. 104—110.

5. Моряков А.В., Пылёв С.С., Седов А.А., Лубина А.С. Метод решения линейной задачи Коши с использованием параллельных вычислений. — Математическое моделирование, 2017, т. 29, № 2, с. 47—62.

6. *Моряков А.В., Пылев С.С.* Верификация кода LUCKY-А на тестовой задаче, моделирующей переходный процесс при изменении реактивности LWR. — Атомная энергия, 2017, т. 123, № 1, с. 56—59.

> Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1, с. 20—25.

УДК 519.622

Метод "лавины" численного решения задачи Коши для систем обыкновенных линейных дифференциальных уравнений

А.В. Моряков, НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1

Поступила в редакцию 03.02.2020 После доработки — 05.05.2020 Принята к публикации 07.05.2020

Представлен алгоритм решения задачи Коши для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Предложенный алгоритм для систем первого порядка реализован в программе AVALANCHE. К особенностям алгоритма можно отнести возможность находить решение задачи с необходимой, заранее заданной точностью для больших отрезков времени, а также возможность использования параллельных вычислений для расчёта обратного оператора в процессе получения решения.

Ключевые слова: задача Коши, алгоритм, программа, система уравнений, решение, обратный оператор, вектор.

"Avalanche" Method of the Numerical Solution for the Linear Cauchy Task for Systems of Ordinary Differential Equations. A.V. Moryakov, NRC "Kurchatov Institute", 1, Akademika Kurchatova sq., Moscow, 123182.

This paper is devoted for the algorithm of the numerical solution for the Cauchy task for linear systems of ordinary differential equations. The algorithm for first order systems was realized in the AVALANCHE computer code. This one was developed especially to get accurate solution for large time intervals. The parallel calculations are used to calculate inverse operator of the task.

Key Words: Cauchy task, algorithm, code, system of equations, solution, inverse operator, vector.

Ввеление

Решение линейной задачи Коши для систем обыкновенных линейных дифференциальных уравнений представляет большой практический интерес, так как к ней сводятся многие задачи математического моделирования. Процесс получения решения может занимать значительное время даже на современных ЭВМ. В данной работе предлагается алгоритм решения этой задачи с минимальными вычислительными затратами на больших отрезках времени с необходимой, заранее заданной точностью посредством последовательного применения полученного промежуточного решения для нахождения окончательного решения задачи.

Системы дифференциальных уравнений первого порядка

Рассмотрим задачу Коши в виде

$$\frac{d\mathbf{\Psi}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{\Psi}(t) + \sum_{i=0}^{m} \mathbf{\alpha}_{i} t^{i} , \qquad (1)$$

где $t \in [0, T]$ с начальным условием $\psi(0) = 9$; $\Psi(t)$ — вектор, заданный в пространстве R_0^n ; A — линейный оператор, не зависящий от t и $\Psi(t)$. Построим алгоритм решения этой задачи.

Задача (1) сводится к задаче с нулевым начальным условием посредством замены переменной $\psi(t) = \vartheta + \varphi(t)$ с начальным условием $\phi(0) = 0$. После подстановки в (1) получим уравнение для $\phi(t)$

$$\frac{d\boldsymbol{\varphi}(t)}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\varphi}(t) + \sum_{i=0}^{m} \boldsymbol{\beta}_{i} t^{i} , \qquad (2)$$

где $t \in [0, T]; \ \mathbf{\phi}(0) = 0; \ \mathbf{\beta}_0 = \mathbf{\alpha}_0 + \mathbf{A}\mathbf{\vartheta}; \ \mathbf{\beta}_i = \mathbf{\alpha}_i$ для *i* = 1, ..., *m*.

Уравнение (2) линейное, и его решение может быть найдено как суперпозиция решений уравнений

$$\frac{d\boldsymbol{\gamma}_i(t)}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\gamma}_i(t) + \boldsymbol{\beta}_i t^i$$

с нулевыми начальными условиями $\gamma_i(0) = 0$.

Решением (2) будет $\varphi(t) = \sum_{i=0}^{m} \gamma_i(t)$.

Рассмотрим численное решение следующей задачи:

$$\frac{d\mathbf{\rho}_{i,j}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{\rho}_{i,j}(t) + \mathbf{\varepsilon}_{j}t^{i}, \qquad (3)$$

где $j = 1, ..., n; \epsilon_j$ — единичный вектор, у которого элемент с индексом *j* равен 1, а все остальные элементы равны 0; $t \in [0, T]$ с нулевыми начальными условиями $\rho_{i,i}(0) = 0$.

Эта задача Коши может быть рассмотрена как последовательность задач Коши с начальными условиями в моменты времени t_k , k = 2, ..., M. Будем искать решения с начальными условиями в моменты времени, вычисляемые по закону $t_k = t_{k-1} + t_{k-1}$ при k > 2, начиная с $t_1 = 0$ (решение $\rho(t_1) = 0$), $\Delta t = s$, $t_2 = t_1 + s$, $t_3 = 2s$, $t_4 = 4s$, ..., $t_M = 2^{M-2}s$.

Стратегия поиска решения будет основана на свойстве линейности оператора A и его независимости от времени t.

Рассмотрим на первом шаге интервал времени $t \in [0, s] = [0, t_2], t_2 = s$, тогда, применив неявную схему первого порядка точности для аппроксимации производной, получим

$$\boldsymbol{\rho}_{i,i}(t_2) - \boldsymbol{\rho}_{i,i}(t_1) = s \mathbf{A} \boldsymbol{\rho}_{i,i}(t_2) + \boldsymbol{\varepsilon}_i s t_2^i,$$

с учётом того, что $\mathbf{\rho}_{i,i}(t_1) = 0$, имеем

$$\boldsymbol{\rho}_{i,j}(t_2) = s \mathbf{A} \boldsymbol{\rho}_{i,j}(t_2) + \boldsymbol{\varepsilon}_j s t_2^i$$
(4)

или $\frac{(\mathrm{E}-s\mathrm{A})}{s}\rho_{i,j}(t_2) = \varepsilon_j t_2^i \ .$

Обозначим
$$\mathbf{B}_i(t_2) = \frac{(\mathbf{E} - s\mathbf{A})}{s}$$
, тогда

В_i (t_2) **р**_{i,j} $(t_2) = \varepsilon_j s^i$. Это система линейных уравнений. Найдём обратный оператор **B**_i⁻¹ (t_2) от базиса t^i . Критерий выбора Δt должен удовлетворять двум условиям: обеспечить условие сжатия для оператора *s***A** в системе (4) и условие $T = 2^{M-2}\Delta t$. Тогда решение системы может быть найдено итерационным методом с необходимой точностью. Решив *n* систем уравнений вида

 $\boldsymbol{\rho}_{i,j}(t_2) = s \mathbf{A} \boldsymbol{\rho}_{i,j}(t_2) + s t_2^i \boldsymbol{\varepsilon}_j,$

можно получить $\mathbf{B}_{i}^{-1}(t_{2})$. Полученные векторы $\mathbf{\rho}_{i,j}(t_{2})$ будут столбцами матрицы $\mathbf{B}_{i}^{-1}(t_{2})$.

Это решение можно получить с необходимой заранее заданной точностью, выбрав достаточно малый интервал Δt , несмотря на то что используется, например, схема первого порядка точности для аппроксимации производной, и таким образом считать, что мы получаем нужное по точности решение задачи (3).

Наша задача — найти обратные операторы $\mathbf{B}_{i}^{-1}(t_{k})$ в намеченных точках t_{k} для того, чтобы получить решение уравнения (2) $\mathbf{\phi}(t) =$

$$=\sum_{i=0}^{m} \boldsymbol{\gamma}_{i}(t) \text{ в виде}$$
$$\boldsymbol{\varphi}(t_{k}) = \sum_{i=0}^{m} \mathbf{B}_{i}^{-1}(t_{k})\boldsymbol{\beta}_{i} . \tag{5}$$

ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1

Введём понятие базовой системы координат по временной шкале t, начало этой системы координат определим в точке 0. Так как задача (2) будет сведена к последовательности задач с начальными условиями в точках по временной шкале $t_k = t_{k-1} + t_{k-1}$, введём локальную систему координат с началом в точке t_k . Тогда связь систем уравнений в задаче (3) в локальной и базовой системе координат будет осуществляться через начальные условия и коэффициенты источника, полученные через разложение базиса t^i в базовой системе координат, т.е. через бином

$$(t_k + t)^i = \sum_{l=0}^i \frac{i!}{l!(i-l)!} t_k^{i-l} t^l.$$
 (6)

Важным является тот факт, что после применения (6) получаем полином для t степени не больше i. Заметим, что для получения $\mathbf{B}_i^{-1}(t_{k+1})$ нам будут нужны только $\mathbf{B}_i^{-1}(t_k)$. Действительно, задачу на интервале $[t_1, t_k]$ мы уже умеем решать, следовательно, можем получить решение и в точке $t_{k+1} = t_k + t_k$ в базовой системе координат. В качестве начальных условий будут выступать векторы $\mathbf{\rho}_{i,j}(t_k)$ (столбцы матрицы $\mathbf{B}_i^{-1}(t_k)$).

Используя формулу (6) для получения источника в локальной системе координат по степеням t^i в задаче (3) и добавив к коэффициенту при t^0 величину **Ар**_{*i*,*j*}(t_k) (это учёт начального условия при сведении к задаче с нулевым начальным условием), сможем найти решение этой задачи в виде

$$\boldsymbol{\rho}_{i,j}(t_{k+1}) = \boldsymbol{\rho}_{i,j}(t_k) + \sum_{i=0}^{m} \mathbf{B}_i^{-1}(t_k) \boldsymbol{\mu}_{i,j}$$

и получить $\mathbf{B}_{i}^{-1}(t_{k+1})$ ($\boldsymbol{\rho}_{i,j}(t_{k+1})$ будут столбцами этой матрицы). Вектор $\boldsymbol{\mu}_{i,j}$ представляет собой столбец, в котором отличен от нуля только элемент с номером *j*, а значение этого элемента равно коэффициенту при степени t^{i} . Для нахождения решения необходимо сохранять в памяти обратные операторы для двух точек t_k и t_{k+1} . Находя последовательно обратные операторы от точки t_k к точке t_{k+1} , сможем найти обратные операторы на конце интервала времени $t_M = T$, а следовательно, и решение задачи (2) по формуле (5).

Недостатком алгоритма является то, что "точное" решение задачи (2) имеется только в конечном наборе точек t_k , в остальных точках $t \in [0, T]$ решение не известно. Покажем, как можно компенсировать этот недостаток.

Задача (2) на отрезке [0, Т] может быть сведена к задаче на отрезке [0, 1] посредством замены переменной t = Ts, $s \in [0, 1]$. Тогда $d\mathbf{n}(\mathbf{s})$ $d\mathbf{n}(t) dt$ $d\mathbf{n}(t)$

$$\frac{d\boldsymbol{\varphi}(s)}{ds} = \frac{d\boldsymbol{\varphi}(t)}{dt}\frac{dt}{ds} = \frac{d\boldsymbol{\varphi}(t)}{dt}T, \text{ с учётом этого}$$
$$\frac{d\boldsymbol{\varphi}(s)}{ds} = T\mathbf{A}\boldsymbol{\varphi}(s) + \sum_{i=0}^{m} (T^{i+1}\boldsymbol{\beta}_i)s^i,$$

где $s \in [0, 1], \phi(0) = 0.$

Для получения моментов от решения применим интегрирование по частям. Формула интегрирования по частям

i=0

$$\int_{0}^{b} u dv = uv \Big|_{0}^{b} - \int_{0}^{b} v du$$

может быть использована для нахождения момента функции f(x) от функции x^n .

Рассмотрим интеграл и применим к нему формулу интегрирования по частям

$$\int_{0}^{b} x^{n} f(x) dx = x^{n} \int f(x) dx \Big|_{0}^{b} - n \int_{0}^{b} x^{n-1} \left(\int f(x') dx' \right) dx =$$
$$= x^{n} I^{0}(x) \Big|_{0}^{b} - n \int_{0}^{b} x^{n-1} I^{0}(x) dx,$$

где функция $I^{0}(x) = \int_{0}^{x} f(x') dx'.$

Применив формулу интегрирования по частям ко второму слагаемому, получаем

$$\int_{0}^{b} x^{n-1} I^{0}(x) dx = x^{n-1} \int I^{0}(x) dx \Big|_{0}^{b} - (n-1) \int_{0}^{b} x^{n-2} I^{1}(x) dx,$$

$$uug I^{1}(x) = \int_{0}^{x} I^{0}(x') dx'$$

где функция $I^{1}(x) = \int_{0}^{1} I^{0}(x') dx'$.

Последовательно применяя формулу интегрирования по частям ко второму слагаемому в каждой предыдущей формуле, получим формулу, позволяющую находить момент функции f(x) от функции x^n , зная *n* интегралов от функции *f*(*x*):

$$\int_{0}^{b} x^{n} f(x) dx =$$

$$= \sum_{i=0}^{n} (-1)^{i} x^{n-i} I^{i}(x) \frac{n!}{(n-i)!} \Big|_{0}^{b} =$$

$$= \sum_{i=0}^{n} (-1)^{i} b^{n-i} I^{i}(b) \frac{n!}{(n-i)!}.$$
(7)

Отметим, что для вычисления момента по этой формуле не надо знать значения функции

 $I^{i}(x)$ на всём интервале интегрирования, нужно знать её значения только на границах интервала интегрирования.

Далее рассмотрим задачу Коши

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = A\phi(t) + t^{j}, \qquad (8)$$

где $t \in [0, 1]$ с нулевыми начальными условиями $\phi(0) = 0.$

Найдём
$$I_{j}^{i}(t) = \int_{0}^{t} I_{j}^{i-1}(t') dt'$$
 от решения

уравнения (8), индекс *j* определяет значение степени для t. Получим уравнение, решая которое, сможем найти эти функции.

Продемонстрируем приём, который можно использовать для линейных уравнений или систем линейных уравнений, решение которых может быть найдено как аналитически, так и численным методом.

Проинтегрируем уравнение (8) от 0 до t:

$$\int_{0}^{t} \left(\frac{d\phi(t')}{dt'} \right) dt' = \int_{0}^{t} A\phi(t') dt' + \int_{0}^{t} (t')^{i} dt'$$

или

$$\left(\frac{d\phi(t')}{dt'}\right)dt' = A\int_0^t \phi(t')dt' + \frac{t^{j+1}}{j+1}.$$
 (9)

Ранее определяли $I_j^0(t) = \int_0^t \varphi(t') dt'$. Очевид-

но, что для любой функции $\phi(t)$ можно записать

$$\int_{0}^{t} \left(\frac{d\varphi(t')}{dt'} \right) dt' = \frac{d}{dt} \left(\int_{0}^{t} \varphi(t') dt' \right) - \varphi(0)$$

С учётом данного соотношения и определения $I^{0}(t)$ уравнение (9) примет вид

$$\frac{dI_{j}^{0}(t)}{dt} = AI_{j}^{0}(t) + \frac{i^{j+1}}{j+1}.$$
 (10)

Таким образом получили уравнение для нахождения $I_{j}^{0}(t) = \int_{0}^{t} \boldsymbol{\varphi}(t') dt'$ с начальным условием $I_{i}^{0}(0) = 0$. Интегрируя уравнение (10), получим уравнение для определения $I_{j}^{1}(t) = \int_{0}^{0} I_{j}^{0}(t') dt'$:

$$\frac{dI_{j}^{*}(t)}{dt} = AI_{j}^{1}(t) + \frac{i^{j+2}}{(j+1)(j+2)}$$

Итак, далее получаем уравнения для нахождения соответственно интегралов от решения

$$\frac{dI_{j}^{i}(t)}{dt} = AI_{j}^{i}(t) + \frac{i^{j+i+1}}{\prod_{l=0}^{i}(j+l+1)}$$

где j = 0, ..., m; i = 0, ..., m; m — порядок разложения источника в уравнении (2).

По определению $I_{j}^{i}(t) = \int_{0}^{t} I_{j}^{i-1}(t') dt'$, и зада-

чи Коши для нахождения всех $I_{j}^{i}(t)$ будут с нулевыми начальными условиями.

Зная моменты решения от степеней t^i , можно легко найти моменты решения от ортогональных полиномов по степеням t^i на отрезке [0, 1] (например, полученных из полиномов Лежандра) и иметь разложение найденной функции по этим полиномам. Таким образом, искомое решение может быть аппроксимировано в виде ряда

$$\mathbf{\varphi}(t) = \sum_{i=0}^{m} \mathbf{\chi}_{i} P_{i}(t)$$

Предложенный алгоритм реализован в программе AVALANCHE, которая позволяет вычислять решение задачи (1) с отображением отрезка [0, *T*] на отрезок [0, 1] и моменты от ортогональных полиномов, построенных на базе полиномов Лежандра, для полученного решения.

Существуют два варианта программы AVALANCHE — в параллельной и непараллельной реализации на ЭВМ. В параллельной реализации вычислительный процесс проводится на *m* вычислительных ядрах, вычисление каждого $\mathbf{B}_i^{-1}(t_{k+1})$ проводится на отдельном *i*-м вычислительном ядре. Связь между параллельными процессами для доступа ко всем $\mathbf{B}_i^{-1}(t_k)$ осуществляется посредством обмена данными по стандарту MPI [1, 2]. В параллельном варианте программы необходимо в 2*m* раз больше памяти для хранения информации, чем в непараллельном (если вычислять ещё моменты от ортогональных полиномов).

Системы дифференциальных уравнений второго порядка

Система дифференциальных уравнений второго порядка

$$\frac{d^2 \mathbf{\varphi}(t)}{dt^2} = \mathbf{A} \mathbf{\varphi}(t) + \sum_{i=0}^m \mathbf{\alpha}_i t^i ,$$

где $t \in [0, 1]$ с начальными условиями $\varphi(0) = \vartheta$ и $\frac{d\varphi(t)}{dt}|_{t=0} = \theta$, путём замены переменных

$$\frac{d^2 \boldsymbol{\xi}(t)}{dt^2} = \mathbf{A} \boldsymbol{\xi}(t) + \sum_{i=0}^m \boldsymbol{\beta}_i t^i$$
(11)

с нулевыми начальными условиями $\frac{d\boldsymbol{\xi}(t)}{dt}\Big|_{t=0} = 0, \quad \boldsymbol{\xi}(0) = 0, \quad \text{где} \quad \boldsymbol{\beta}_0 = \boldsymbol{\alpha}_0 + \mathbf{A}\boldsymbol{\vartheta};$ $\boldsymbol{\beta}_1 = \boldsymbol{\alpha}_1 + \mathbf{A}\boldsymbol{\theta} \quad \text{для} \quad \forall i, \ i = 2, \ \dots, \ m; \ \boldsymbol{\beta}_i = \boldsymbol{\alpha}_i.$ Если сделать замену переменных $\boldsymbol{\xi}(t) = \int_0^t \boldsymbol{\psi}(t') dt', \quad \text{система} \ (11) \text{ может быть пред-}$

ставлена как система дифференциальных уравнений первого порядка

$$\frac{d\boldsymbol{\Psi}(t)}{dt} = \mathbf{A} \int_{0}^{t} \boldsymbol{\Psi}(t') dt' + \sum_{i=0}^{m} \boldsymbol{\beta}_{i} t^{i} , \qquad (12)$$

где $t \in [0, 1]$ с начальными условиями $\psi(0) = 0$.

Для решения системы (12) используем ту же методику, что и для решения системы (2). Рассмотрим численное решение задачи

$$\frac{d\mathbf{\rho}_{i,j}(t)}{dt} = \mathbf{A} \int_{0}^{t} \mathbf{\rho}_{i,j}(t') dt + \mathbf{\varepsilon}_{j} t^{i}, \qquad (13)$$

где j = 1, ..., n; ε_j — единичный вектор, у которого элемент с индексом j равен 1, а все остальные элементы равны 0, $t \in [0, T]$ с нулевыми начальными условиями $\rho_{i,j}(0) = 0$. Далее действуем так же, как в предыдущем разделе.

Рассмотрим на первом шаге интервал времени $t \in [0, s] = [0, t_2], t_2 = s$, тогда, применив схему первого порядка точности для аппроксимации производной и интеграла

$$\int_{0}^{1} \mathbf{\rho}_{i,j}(t') dt' = s \mathbf{\rho}_{i,j}(t_{2}),$$

получим

$$\boldsymbol{\rho}_{i,j}(t_2) - \boldsymbol{\rho}_{i,j}(t_1) = s^2 \mathbf{A} \boldsymbol{\rho}_{i,j}(t_2) + \boldsymbol{\varepsilon}_j s t_2^i$$

и с учётом того, что $\mathbf{\rho}_{i,i}(t_1) = 0$, имеем

$$\boldsymbol{\rho}_{i,j}(t_2) = s^2 \mathbf{A} \boldsymbol{\rho}_{i,j}(t_2) + \boldsymbol{\varepsilon}_j s t_2^i.$$
(14)

Если обозначить $\mathbf{H}_{i}(t_{2}) = \frac{(\mathbf{E} - s^{2}\mathbf{A})}{s}$, то

 $\mathbf{H}_{i}(t_{2})\boldsymbol{\rho}_{i,j}(t_{2}) = \boldsymbol{\varepsilon}_{j}s^{i}.$

Тогда
$$\boldsymbol{\rho}_{i,j}(t_{k+1}) = \boldsymbol{\rho}_{i,j}(t_k) + \sum_{i=0}^{m} \mathbf{H}_i^{-1}(t_k) \boldsymbol{\mu}_{i,j},$$

учитывая, что к коэффициенту при степени t^1 нужно добавить величину $\mathbf{A} \mathbf{\rho}_{i,i}(t_k)$ как

результат сведения задачи (13) к задаче с нулевыми начальными условиями. Найдя $\mathbf{\rho}_{i,j}(t_{k+1})$, получим $\mathbf{H}_{i}^{-1}(t_{k+1})$ (векторы $\mathbf{\rho}_{i,j}(t_{k+1})$ будут

столбцами этой матрицы) от базиса t^i .

Умножим (14) на $s = \Delta t$, тогда

$$s\mathbf{\rho}_{i,j}(t_2) = s^2 \mathbf{A}(s\mathbf{\rho}_{i,j}(t_2)) + \mathbf{\varepsilon}_j s^2 t_2^i.$$

Обозначим $\mathbf{\tau}_{i,j} = s \mathbf{\rho}_{i,j}(t_2)$, тогда получим уравнение

$$\boldsymbol{\tau}_{i,j}(t_2) = s^2 \mathbf{A} \boldsymbol{\tau}_{i,j}(t_2) + \boldsymbol{\varepsilon}_j s^2 t_2^i.$$

Если обозначить $\mathbf{B}_{i}(t_{2}) = \frac{(\mathbf{E} - s^{2}\mathbf{A})}{s^{2}}$, тогда

B_i(t₂)**τ**_{i,j}(t₂) =**ε**_jsⁱ, а решение задачи (11)может быть представлено как

$$\xi(t_k) = \sum_{i=0}^m \mathbf{B}_i^{-1}(t_k)\beta_i \ .$$

Для уравнений второго порядка нам необходимо иметь два обратных оператора $\mathbf{H}_{i}^{-1}(t_{k})$ и $\mathbf{B}_{i}^{-1}(t_{k})$ для нахождения начального условия $\mathbf{\rho}_{i,i}(t_{k})$ для шага t_{k+1} и получения

$$\tau_{i,j}(t_{k+1}) = \tau_{i,j}(t_k) + \sum_{i=0}^{m} \mathbf{B}_i^{-1}(t_k) \boldsymbol{\mu}_{i,j}.$$

Тестовые задачи

В качестве тестовых для программы AVA-LANCHE выбраны задачи, которые использовались для тестирования программы EDEL-WEISS [3]. Задачи имеют аналитическое решение.

Рассмотрим начально-краевую задачу прохождения излучения в пластине, заданную уравнением

$$\frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial x} - \Sigma_{\text{tot}} \varphi(x,t)$$

с граничным условием $\varphi(0, t) = \varphi_0$. Независимо от начального условия для достаточно большого *t* получаем асимптотическое по времени решение $\varphi(x) = \varphi_0 \exp(-\Sigma_{\text{tot}} x/\mu)$. Для этой задачи при $\mu = 1$, $\Sigma_{\text{tot}} = 1$, $\varphi_0 = 1$ для t > 20 с получаем точное решение $\varphi(x) = \exp(-x)$. Расчёты по программе AVALANCHE для размера пластины l = 10 с шагом пространственной дискретизации dx = l/4000 дали максимальное относительное отклонение численного решения от точного 0,12%, шаг временной дискретизации $\Delta t \approx 5 \cdot 10^{-7}$ с.

Рассмотрим следующую тестовую задачу вида

$$\frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial t} = \Delta \varphi(x,t)$$

в полосе $x \in [0, 1]$ с нулевым начальным условием и краевыми условиями $\phi(0, t) = 1$ и $\phi(1, t) = 2$. Решением этого уравнения при $t \to \infty$ будет функция $\phi(x, t) = 1 + x$.

Численное решение для этой задачи с шагом по времени $\Delta t \approx 2 \cdot 10^{-8}$ с на сетке n = 1000даёт относительное отклонение от аналитического решения ~3·10⁻¹⁰, асимптотическая сходимость с относительной точностью 10⁻¹⁰.

Рассмотрим одномерную нестационарную задачу теплопроводности для пластины толщиной *l*

$$\rho C_p \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} + Q_v \qquad (15)$$

с начальным условием $T(x, t_0) = T_0$ и граничными условиями $T(0, t) = T_0$ и $T(l, t) = T_0$, где Q_v — удельный источник тепловыделения. На сетке размерностью n (i = 0, ..., n+1) имеем конечно-разностную аппроксимацию

$$\rho C_p \frac{\partial T_i(t)}{\partial t} = \lambda \frac{T_{i-1}(t) - 2T_i(t) + T_{i+1}(t)}{h^2} + Q_{\nu,i},$$

где $T_{i=0}(t) = T_0$; $T_{i=n+1}(t) = T_0$; h — шаг пространственной сетки. Задача имеет аналитическое асимптотическое решение при $t \to \infty$:

$$T(x) = \frac{1}{\lambda} \left(-\frac{Q_{\nu} x^2}{2} + \frac{x Q_{\nu} l}{2} + T_0 \lambda \right).$$

На рисунке представлены результаты решения задачи (15) (профили температуры по



Распределение температуры по толщине пластины в различные моменты времени: расчёт по программе EDELWEISS при $t = 100 \text{ c} (\Delta), 200 \text{ c} (\circ), 400 \text{ c} (\nabla)$; расчёт по программе AVALANCHE при t = 100 c (--), 200 c (----), 400 c (---)

ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1

толщине пластиты) по программам EDEL-WEISS [3] и AVALANCHE при n = 19 для моментов времени t = 100 с (конец стадии разогрева), t = 200 с и t = 400 с при следующих начальных и граничных значениях: толщина пластины l = 10 см, температура на границах пластины $T_0 = 320$ К, свойства материала, не зависящие от температуры, $\lambda = 16,9$ Вт/(м·К), $\rho C_p = 3,79 \cdot 10^6$ Дж/(м³·К), объёмное энерговыделение $Q_v = 1,0 \cdot 10^5$ Вт/м³ на интервале времени от 0 до 100 с, $Q_v = 0$ на интервале времени от 100 до 400 с. Относительное отклонение результатов от аналитического решения не превышает 0,002.

Заключение

Предложен алгоритм решения задачи (1), позволяющий с заданной точностью и со сравнительно небольшими вычислительными затратами находить решение для больших интервалов времени.

К недостаткам предложенного алгоритма можно отнести следующее:

— алгоритм позволяет точно определить решение задачи только в конечном наборе точек t_k временного интервала;

— необходимо вычислять и хранить обратные операторы, полученные на предыдущем шаге t_{k-1} .

К достоинствам алгоритма можно отнести следующее:

— численно находить обратные операторы нужно только на первом временном шаге. Это можно сделать с нужной точностью, выбирая достаточно "мелкий" шаг Δt и применяя схему первого порядка точности; — при достаточно больших t_k , когда количество необходимых шагов по Δt велико, алгоритм даст хороший выигрыш по времени по сравнению с классическими подходами, даже несмотря на необходимость нахождения обратного оператора, так как каждый раз величина временного интервала, на котором получается решение, удваивается. Действительно, например, для того чтобы сделать 10^6 шагов по временному интервалу Δt при классическом вычислении, для данного алгоритма нужно будет $N \approx 20$ шагов, а для 10^{12} нужно будет $N \approx 30$;

— можно распараллелить вычисление $\mathbf{B}_{i}^{-1}(t_{k})$ при переходе на новый шаг t_{k+1} .

Помимо прямого назначения, одним из примеров практического использования алгоритма, например, может быть его применение для нахождения решения систем алгебраических уравнений методом асимптотического стационирования при очень медленной сходимости итерационного процесса, когда требуется длительное время для получения решения.

Список литературы

1. *Воеводин В.В., Воеводин Вл.В.* Параллельные вычисления. — СПб: БХВ-Петербург, 2002.

2. *Антонов А.С.* Параллельное программирование с использованием технологии МРІ. — М.: Изд-во Московского университета, 2004.

3. **Моряков А.В.** Алгоритм нахождения решения линейной задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений большой размерности с использованием параллельных вычислений. — ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2015, вып. 2, с. 4—14.

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1, с. 26—31

УДК 519.622

Замечания к статье А.В. Морякова "Метод "лавины" численного решения задачи Коши для систем обыкновенных линейных дифференциальных уравнений"

М.И. Гуревич,

НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1

Поступила в редакцию 14.03.2020 После доработки — 07.05.2020 Принята к публикации 07.05.2020

Предложенный А.В. Моряковым алгоритм решения задачи Коши для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений [1] имеет под собой математическую основу достаточно общего вида, которая излагается в данной статье. Из этого видно, что метод Морякова может быть употреблён для более широкого класса правых частей.

Ключевые слова: задача Коши, алгоритм, программа, система уравнений, решение, фазовый поток, однопараметрическая группа.

Comments to the "Avalanche" Method of the Numerical Solution for the Linear Cauchy Task for Systems of Ordinary Differential Equations. M.I. Gurevich, NRC "Kurchatov Institute", 1, Akademika Kurchatova sq., Moscow, 123182.

This paper is devoted for the mathematical base of algorithm proposed by A.V. Moryakov for the numerical solution for the Cauchy task for linear systems of ordinary differential equations [1]. This base shows that the Moryakov's algorithm may be applied to more general class of the equation right parts.

Key Words: Cauchy task, algorithm, code, system of equations, solution, phase flux, one parameter group.

В статье А.В. Морякова [1] поднята очень интересная проблема, которую почему-то обычно обходят в вычислительных методах решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Она касается использования групповых свойств преобразования, генерируемого системой ОДУ, причём А.В. Моряков, по существу, обобщил эту конструкцию с автономных систем ОДУ на несколько более широкий класс. Так как А.В. Моряков был сосредоточен на создании конкретного вычислительного инструмента, то эти общие математические соображения не нашли места в статье. За техническими подробностями скрылась основная идея статьи, которая позволяет существенно расширить класс функций, допустимых для правой части, причём это расширение легко реализуется программным образом.

Данная короткая заметка восполняет этот пробел, так как безвременная кончина Алексея Владимировича не дала ему возможность сделать это самому.

Напомним общеизвестный факт [2, с. 51]. Пусть $d\mathbf{y}/dt = \mathbf{F}(\mathbf{y})$ — автономная система обыкновенных дифференциальных уравнений, или, что то же самое, обыкновенное дифференциальное уравнение в некотором конечномерном или бесконечно мерном банаховом пространстве **У**. Предположим, что $||\mathbf{F}(\mathbf{y})|| < K||\mathbf{y}||$ для некоторого положительного числа *K*. Тогда любому действительному числу t > 0можно сопоставить взаимно-однозначное отображение g_t : **У** \rightarrow **У** по правилу g_t (**y**₀) есть решение нашего обыкновенного дифференциального уравнения при начальном условии **y**(0) = **y**₀ в точке *t*. Отображения g_t образуют гомоморфизм полугруппы неотрицательных действительных чисел по сложению в группу преобразований пространства, т.е.

$$g_{t+s} = g_t g_s,$$

что по определению группы преобразований означает для любого $\mathbf{y} \ g_{t+s}(\mathbf{y}) = g_t(g_s(\mathbf{y})).$

Требование $||\mathbf{F}(\mathbf{y})|| < K||\mathbf{y}||$ введено, чтобы исключить случай систем ОДУ "с обострением" [3], когда траектория точки может за конечное время уйти в бесконечность. Отображение можно продолжить на гомоморфизм всей группы действительных чисел, но это не важно. Таким образом, если бы мы умели просто вычислять g_1 как оператор, то, возводя в квадраты, легко получили бы $g_1, g_2 = g_1^2, g_4, g_8$ и т.д.

В статье А.В. Морякова [1] рассмотрена неавтономная система ОДУ

$$d\mathbf{y}/dt - \mathbf{F}(\mathbf{y}) = \mathbf{f}(t). \tag{1}$$

На правые части можно действовать полугруппой неотрицательных действительных чисел по правилу

$$h_t(\mathbf{f})(s) = \mathbf{f}(s+t). \tag{2}$$

Предположим, что в качестве правых частей имеется некоторое линейное пространство \mathbf{P} функций, инвариантное относительно действий полугруппы сдвигов { h_t }. Тогда можно ввести гомоморфизм полугруппы неотрицательных действительных чисел на прямое произведение **У** и **Р** по правилу

$$G_t: (\mathbf{y}_0, \mathbf{f}_0) \to (\mathbf{y}_t, \mathbf{f}_t), \tag{3}$$

где \mathbf{y}_t есть решение системы (1) в точке t с начальным значением \mathbf{y}_0 при времени 0 и правой частью \mathbf{f}_0 , а \mathbf{f}_t есть $h_t(\mathbf{f})$, т.е. сдвиг времени на значение t. Также можно возводить в квадраты этот гомоморфизм, получая значения в точках 1, 2, 4, 8, ...

В статье [1] рассматриваются системы специального вида, полезные тем, что к ним очень часто сводятся дискретизации по пространству уравнений математической физики:

$$d\mathbf{y}/dt - \mathbf{A}\mathbf{y} = \mathbf{f}(t), \tag{4}$$

где **A** — не зависящий от времени и значения искомой функции оператор; $\mathbf{f}(t)$ — многочлен от времени с коэффициентами в пространстве **У**.

Очевидно, что решение линейно зависит от начального значения и правой части. Кроме того, действие полугруппы неотрицательных чисел на многочлены тривиально программируется. Пользуясь этими фактами, в статье [1] получено эффективное вычисление преобразования G_t в виде формул, параметры которых рассчитываются быстродействующей программой.

Вместо пространства многочленов конечной степени в качестве **Р** можно рассмотреть, например, пространство функций вида

$$\left\{\sum_{1}^{M}\sum_{0}^{N}c_{jk}t^{k}\exp(\omega_{j}t)\right\},\$$

где M и N — фиксированные для данной задачи натуральные числа; ω_1 , ω_1 , ω_M , — некоторый фиксированный набор комплексных чисел. В частности, это могут быть тригонометрические многочлены.

Методы статьи [1] от такой замены практически не изменяются, лишь бы было просто делать преобразование сдвига в пространстве правых частей. В любом случае конечномерный случай, который и используется в вычислениях, может быть описан следующим способом.

Есть конечномерные пространства **У** и **Р.** Для некоторого достаточно малого положительного *s* рассчитывается численно, аналитически или каким-либо гибридным образом оператор G_s : (**y**₀, **f**₀) \rightarrow (**y**_s, **f**_s). Применяя его дважды, получаем оператор G_{2s} и т.д. Важно, что все эти операторы есть просто матрицы. То, что в статье [1] используется простейший неявный метод Эйлера, не играет большой роли, хотя очень интересно, что точность при многих итерациях полученных операторов оказалась достаточной.

То, что отображение (3) есть гомоморфизм, можно легко также усмотреть из известного приёма сведения системы ОДУ к автономной системе [2]. В фазовое пространство У добавляется дополнительная координата т, и исходная система (1) заменяется эквивалентной автономной системой

$$\frac{d\mathbf{y}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{y}) + \mathbf{f}(\tau);$$
$$\frac{d\tau}{dt} = 1.$$

Однако для целей статьи [1] следует отдельно рассматривать преобразование, генерируемое решением системы ОДУ, и преобразование сдвига функции, которое вычисляется явно.

В заключение отметим следующее. Предложенный А.В. Моряковым алгоритм решения задачи (4) позволил с заданной точностью и со сравнительно небольшими вычислительными затратами находить решение для больших интервалов времени. В программной реализации правые части представлялись многочленами ввиду того, что в приложениях часто используют для приближения функций разложения по ортогональным многочленам. Однако для периодических процессов существенно естественнее тригонометрические многочлены. Было бы очень полезно, если бы кто-нибудь взял на себя труд расширить прекрасную программу Алексея Владимировича Морякова на этот случай.

Список литературы

1. **Моряков А.В.** Метод "лавины" численного решения задачи Коши для систем обыкновенных линейных дифференциальных уравнений. — ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1, с. 26—31.

2. *Арнольд В.И.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1984.

3. *Курдюмов С.П.* Режимы с обострением. — М.: Физматлит, 2006. ISBN 5-0221-0768-2.

Контактная информация— Гуревич Михаил Исаевич, главный научный сотрудник, тел.: 8 (903) 749-30-74, e-mail: gur.m@mail.ru

> Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1, с. 32—33.

УДК 621.039.5

Расчёт параметров нейтронной кинетики для двумерных тестов международного бенчмарка C5G7-TD по программе SUHAM-TD

В.Ф. Бояринов, П.А. Фомиченко,

НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1

Статья поступила в редакцию 01.08.2018 После доработки — 03.02.2019 Принята к публикации 17.03.2020

Международный бенчмарк C5G7-TD разрабатывается для кросс-верификации расчётов пространственной нейтронной кинетики по программам, не использующим метод гомогенизации и диффузионное приближение. В спецификации бенчмарка C5G7-TD, кроме пространственного распределения энерговыделения, предлагается проводить сравнение зависящих от времени параметров нейтронной кинетики, рассчитанных по разным программам, а именно реактивности, доли запаздывающих нейтронов и времени жизни мгновенных нейтронов. В статье представлены расчёты параметров нейтронной кинетики по комплексу программ SUHAM-TD, выполненные по разным формулам. Исследовано влияние на результаты расчёта параметров нейтронной кинетики использования в качестве сопряжённой функции плоской функции. Поскольку все тесты бенчмарка C5G7-TD являются "слепыми", в работе отсутствуют результаты сравнения с расчётами по другим программам.

Ключевые слова: метод поверхностных гармоник, уравнение переноса нейтронов, программа SUHAM-TD, бенчмарк C5G7-TD, параметры нейтронной кинетики.

Calculation of Neutron Kinetics Parameters for 2D Tests of International Benchmark C5G7-TD Using SUHAM-TD Code. V.F. Boyarinov, P.A. Fomichenko, NRC "Kurchatov Institute", 1, Akademika Kurchatova sq., Moscow, 123182.

The international benchmark C5G7-TD is developed for cross verification of calculations of spatial neutron kinetics using the codes which does not use the spatial homogenization and diffusion approximation. In specification of the benchmark C5G7-TD, in addition to the spatial distribution of energy release, it is proposed to compare the time-dependent parameters of neutron kinetics, namely reactivity, the fraction of delayed neutrons and the lifetime of prompt neutrons. Calculations of neutron kinetics parameters by SUHAM-TD code performed using different formulas are presented. The impact of using a plane function as an adjoint function on the values of the parameters of neutron kinetics is studied. Since all tests of the C5G7-TD benchmark are "blind", there are no results of comparison with calculations by other codes.

Key Words: surface harmonics method, neutron transport equation, SUHAM-TD code, benchmark C5G7-TD, neutron kinetics parameters.

Введение

В работе [1] приведено описание международного пространственно-временного бенчмарка для кросс-верификации детерминистических программ, решающих нестационарное уравнение переноса нейтронов без пространственной гомогенизации. Первый вариант этого бенчмарка, получившего название С5G7-TD (TD — "time-dependent"), предложен в работе [2]. Среди сравниваемых величин дополнительно к пространственному распределению нормированного энерговыделения предложено использовать зависящие от времени параметры нейтронной кинетики, а именно реактивность, эффективную долю запаздывающих нейтронов и время жизни мгновенных нейтронов. Использованы разные формулы для реактивности, исследовано влияние использования сопряжённой функции на расчёт параметров нейтронной кинетики.

В настоящей работе для расчёта зависящих от времени параметров нейтронной кинетики использована программа SUHAM-TD-SQ-2D-SHM из комплекса программ SUHAM-TD [3]. В этой программе для решения двумерного нестационарного уравнения переноса нейтронов реализованы конечно-разностные уравнения метода поверхностных гармоник [4]. Приведены результаты расчётов параметров нейтронной кинетики для двумерных тестов.

Описание двумерных тестов бенчмарка C5G7-TD

В работе [1] приведено детальное описание тестов бенчмарка C5G7-TD. Далее приведено более краткое описание этого бенчмарка. Бенчмарк C5G7-TD содержит 16 топливных сборок с симметрией активной зоны 90° с заданными семигрупповыми макроскопическими сечениями материалов [1] и параметрами



Рис. 1. Сектор симметрии двумерной конфигурации бенчмарка (*a*) и схема топливной ячейки (δ): \blacksquare — смесь топлива, зазора и оболочки; \Box — замедлитель

нейтронной кинетики топливных материалов (восемь групп запаздывающих нейтронов). Бенчмарк состоит из восьми сборок МОХ, восьми сборок UO₂ и области замедлителя. Сектор симметрии двумерной конфигурации бенчмарка вместе с граничными условиями и схема топливной ячейки представлены на рис. 1. Имеется восемь типов ячеек с символическими именами: UO₂, MOX 4,3%, MOX 7,0%, MOX 8,7%, камера деления, направляющая труба, замедлитель и контрольный стержень. Все сборки с разным топливом имеют конфигурацию 17×17, состоящую из 264 топливных стержней, 24 направляющих трубок для стержней СУЗ (система управления и защиты) и одной инструментальной трубки для камеры деления в центре каждой сборки. Каждая ячейка состоит из двух зон, за исключением ячеек с символическим именем "замедлитель" (одна зона). Все стержни ячеек имеют радиус 0,54 см с шагом 1,26 см. Загрузка четырёх топливных сборок, представленных на рис. 1, дана на рис. 2.

Двумерные нестационарные тесты

Двумерные нестационарные тесты, включая четыре теста с движением групп стержней СУЗ (одна группа стержней на одну топливную сборку) и тесты с изменением плотности замедлителя с различными скоростями и ампли-



Рис. 2. Загрузка топливных сборок в бенчмарке: \Box — UO₂ Fuel; \blacksquare — 7,0% MOX Fuel; \blacksquare — Guide Tube; \blacksquare — 4,3% MOX Fuel; \blacksquare — 8,7% MOX Fuel; \blacksquare — Fission Chamber

тудами, основаны на двумерной конфигурации, показанной на рис. 1. Поведение решения для рассматриваемых тестов исследуется для временного интервала $0 \le t \le 10$ с. Следует отметить, что использованное в статье моделирование движения групп стержней СУЗ не является попыткой заменить трёхмерный расчёт или приблизиться к нему. В реальности это попытка сформулировать новые 2D-тесты, достаточно далёкие от 3D, но все-таки как-то с ними связанные.

Тест ТD0. В тесте TD0 моделируется движение групп стержней СУЗ. Предполагается, что в исходном состоянии стержни СУЗ полностью удалены из активной зоны. Переходный процесс начинается мгновенным вводом стержней СУЗ на 10% длины активной зоны, которые находятся в этом положении в течение 1 с, затем они мгновенно извлекаются на половину погружённой длины и остаются в этом положении в течение следующей секунды. Все погружённые стержни СУЗ мгновенно переводятся в исходное положение в конце 2-й с (рис. 3).

Этот переходный процесс моделируется в двумерных расчётах как ступенчатое изменение материальной композиции, т.е. мгновенным замещением материала в зоне 1 в направляющей трубе смесью материалов стержня СУЗ и внутренней зоны направляющей трубы в соответствии с формулами

$$\Sigma_{x}(t) = \Sigma_{x}^{GT}, \ t = 0, \ t \ge 2 \ c;$$

$$\Sigma_{x}(t) = \Sigma_{x}^{GT} + 0, 1(\Sigma_{x}^{R} - \Sigma_{x}^{GT}), \ 0 < t \le 1 \ c; \quad (1)$$

$$\Sigma_{x}(t) = \Sigma_{x}^{GT} + 0, 1(\Sigma_{x}^{R} - \Sigma_{x}^{GT}), \ 0 < t \le 1 \ c,$$

где Σ относится к семигрупповым макроскопическим сечениям, верхние индексы R и GT относятся к зонам стержня СУЗ и направляющей трубы соответственно. Нижним индексом x



Рис. 3. Движение стержней СУЗ в тестах TD0 (—), TD1 (—) и TD2 (---)

обозначается тип реакции — поглощение или транспортное рассеяние (возмущаются одновременно все сечения во всех энергетических группах). Этот тест включает пять задач, которые отличаются друг от друга группами движущихся стержней СУЗ (номер группы стержней СУЗ совпадает с номером топливной сборки на рис. 1, *a*):

— TD0-1: ввод/вывод стержней СУЗ группы 1;

— TD0-2: ввод/вывод стержней СУЗ группы 3;

— TD0-3: ввод/вывод стержней СУЗ группы 4;

— TD0-4: ввод/вывод стержней СУЗ групп 1, 3 и 4 одновременно;

— TD0-5: ввод/вывод стержней СУЗ групп 1—4 одновременно.

Тест TD1. В тесте TD1 моделируется движение групп стержней СУЗ. Предполагается, что все стержни СУЗ в зоне полностью подняты до позиции, предшествующей переходному процессу, и одна или более групп стержней СУЗ вводятся на глубину, равную 1% от полной высоты активной зоны в течение 1 с, в течение следующей 1 с все введённые группы стержней СУЗ поднимаются к своему начальному положению, все группы стержней СУЗ движутся с постоянной скоростью (см. рис. 3).

Этот переходный процесс моделируется в двумерных расчётах как линейное изменение состава материала, т.е. линейным по времени замещением материала направляющей трубы в зоне 1 смесью материалов стержня СУЗ и внутренней зоны направляющей трубы.

Доля сечений стержня СУЗ в смеси линейно увеличивается от 0 до 0,01 в течение 1 с, затем возвращается к 0 в течение следующей 1 с. Изменение сечений в этом переходном процессе может быть представлено формулами

$$\Sigma_{x}(t) = \Sigma_{x}^{GT} + 0,01(\Sigma_{x}^{R} - \Sigma_{x}^{GT})t, \ 0 \le t < 1 \ c;$$

$$\Sigma_{x}(t) =$$

$$= \Sigma_{x}^{GT} + 0,01(\Sigma_{x}^{R} - \Sigma_{x}^{GT})(2-t), \ 1 \ c \le t < 2 \ c;$$

$$\Sigma_{x}(t) = \Sigma_{x}^{GT}, \ t \ge 2 \ c.$$
(2)

Этот тест также включает 5 задач:

— TD1-1: ввод/вывод стержней СУЗ группы 1;

— TD1-2: ввод/вывод стержней СУЗ группы 3;

— TD1-3: ввод/вывод стержней СУЗ группы 4;

— TD1-4: ввод/вывод стержней СУЗ групп 1, 3 и 4 одновременно;

ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1
— TD1-5: ввод/вывод стержней СУЗ групп 1-4 одновременно.

Порядок этих тестовых задач по мере увеличения максимальной введённой реактивности следующий: TD1-3, TD1-2, TD1-1, TD1-4, TD1-5.

Tecm TD2. В тесте TD2 моделируется переходный процесс при движении групп стержней СУЗ как в тесте TD1, но с другой глубиной погружения стержней СУЗ. В тесте TD2 максимальная глубина погружения стержней СУЗ за 1 с после начала переходного процесса равна 10% от полной высоты активной зоны. Все стержни СУЗ полностью извлекаются в конце переходного процесса (2 с). Как и прежде, ввод/вывод стержней СУЗ происходит по линейному закону (см. рис. 3). В результате изменение сечений смеси в пространственной зоне 1 (см. рис. 1) в тесте TD2 отличается от аналогичного изменения в тесте TD1 введением весов сечений смеси, равных 0,1 и 0,9 для материалов стержня СУЗ и направляющей трубы соответственно. Этот закон возмущения может быть записан в виде выражений

 $\Sigma_{x}(t) = \Sigma_{x}^{GT} + 0.1(\Sigma_{x}^{R} - \Sigma_{x}^{GT})t, \ 0 \le t < 1 \ c;$ $\Sigma_{x}(t) = \Sigma_{x}^{GT} + 0, 1(\Sigma_{x}^{R} - \Sigma_{x}^{GT})(2-t), 1 \text{ c} \le t < 2 \text{ c}; (3)$ $\Sigma_x(t) = \Sigma_x^{GT}, t \ge 2$ c.

Рассматриваются пять следующих задач:

— TD2-1: ввод/вывод стержней СУЗ группы 1;

— TD2-2: ввод/вывод стержней СУЗ группы 3;

— TD2-3: ввод/вывод стержней СУЗ группы 4:

— TD2-4: ввод/вывод стержней СУЗ групп 1, 3 и 4 одновременно;

— TD2-5: ввод/вывод стержней СУЗ групп 1-4 одновременно.

Тест ТD3. В тесте TD3 моделируется переходный процесс, связанный с изменением плотности замедлителя в активной зоне. Предполагается, что плотность замедлителя во всех топливных сборках равняется своему номинальному значению в начальный момент времени и начинает линейно уменьшаться до достижения минимума после 1 с переходного процесса. Пусть ω_t — доля плотности замедлителя в момент времени t от её номинального значения, ω_m — минимальное значение ω_t на временном рассматриваемом интервале $(\omega_m \le \omega_t \le 1)$. Затем плотность замедлителя линейно возвращается к своему начальному значению в течение следующей 1 с. Следует отметить, что это изменение происходит во всех



Рис. 4. Изменение плотности замедлителя в активной зоне в задачах теста TD3: • — TD3-1, $\omega_m = 0.95; \bullet - TD3-2, \omega_m = 0.9; \bullet - TD3-3,$ $\omega_m = 0.85; \bullet - TD3-4, \omega_m = 0.8$

ячейках активной зоны однородно. Также следует отметить, что плотность воды в отражателе не меняется. Моделирование переходного процесса TD3 может достигаться линейным возмущением сечений замедлителя во внешней зоне ячеек (см. рис. 1, б), во всех ячейках внутри активной зоны. В конце 1-й с все сечения замедлителя равны определённой доле её начального значения. Далее возмущение продолжается линейным увеличением этих сечений до их начальных значений в течение следующей 1 с. Рассматриваются следующие четыре задачи в тесте TD3, каждая со своим значением ω_m , меняющимся от 0,80 до 0,95:

- TD3-1: $\omega_m = 0.95;$ - TD3-2: $\omega_m = 0,90;$ - TD3-3: $\omega_m = 0.85$;

Скорость изменения плотности замедлите-

ля для каждой тестовой задачи продемонстрирована на рис. 4.

Формулы для расчёта параметров точечной кинетики

Реактивность

Для расчёта динамической реактивности в программе SUHAM-TD-SQ-2D-SHM реализованы следующие три формулы:

— прямой расчёт реактивности $\rho_k(t_i)$ через $k_{\ni \phi}(t_i)$: $\rho_k(t_i) = 1 - 1 / k$ (*)

$$k_{i}$$
) = 1 - 1 / $k_{3\phi}(t_{i})$, (4)

где $k_{3\phi}(t_i)$ — эффективный коэффициент размножения (стационарный расчёт) в момент времени t_i ;

 — формула из монографии Белла и Глесстона [5]

$$\rho(t) = \frac{1}{F(t)} \iiint d\mathbf{r} d\Omega dE \psi^{+} (\mathbf{r}, \, \Omega, \, E) \times \\ \times \left\{ \iint d\Omega' dE' \Delta [\Sigma_{s} (\mathbf{r}, \, t, \, \Omega' E' \to \Omega, \, E) + \\ + \tilde{\chi}_{cum} (E) \nu(\mathbf{r}, \, E') \Sigma_{f} (\mathbf{r}, \, E', \, t) \right] \Psi \times \\ \times (\mathbf{r}, \, \Omega', \, E', \, t) - \Delta \Sigma (\mathbf{r}, \, E, \, t) \Psi (\mathbf{r}, \, \Omega, \, E, \, t) \},$$
(5)

где $\tilde{\chi}_{cum}(E)$ — кумулятивный спектр нейтронов деления; $\psi^+(\mathbf{r}, \Omega, E)$ — решение сопряжённого стационарного уравнения;

$$F(t) = \iiint d\mathbf{r} d\Omega dE \iint d\Omega' dE' \chi_{\text{cum}}(E) \mathbf{v} \times (\mathbf{r}, E') \Sigma_f(\mathbf{r}, E', t) \psi^+(r, \Omega, E) \Psi(r, \Omega', E', t);$$

— формула Генри [6, 7]

$$\rho(t) = \frac{1}{F(t)} \iiint d\mathbf{r} d\Omega dE \psi^{+}(\mathbf{r}, \, \Omega, \, E) \times \\ \times \left\{ -\Omega \nabla \Psi(\mathbf{r}, \, \Omega, \, E, \, t) - \right. \\ \left. -\Sigma(\mathbf{r}, \, E, \, t) \Psi(\mathbf{r}, \, \Omega, \, E, \, t) + \right.$$
(6)
$$\left. + \iint d\Omega' dE' \left[\Sigma_{s}(\mathbf{r}, \, t, \, \Omega', \, E' \rightarrow \Omega, \, E) + \right. \\ \left. + \tilde{\chi}(E) \nu(\mathbf{r}, \, E') \Sigma_{f}(r, \, E', \, t) \right] \Psi(\mathbf{r}, \, \Omega', \, E', \, t) \right\}.$$

Отметим, что в [6, 7] формула (6) записана для диффузионного приближения.

Эффективная доля запаздывающих нейтронов

Для расчёта эффективной доли *j*-й группы запаздывающих нейтронов в программе SU-HAM-TD-SQ-2D-SHM реализована следующая формула [6]:

$$\beta_{\mathfrak{s}\phi,j}(t) =$$

$$= \frac{1}{F(t)} \iiint d\mathbf{r} d\Omega dE \iint d\Omega' dE' \tilde{\chi}(E) \beta_{j} \times$$

$$\times (\mathbf{r}, t) \nu \Sigma_{f}(\mathbf{r}, E', t) \psi^{+} \times$$

$$\times (\mathbf{r}, \Omega, E) \Psi(r, \Omega', E', t).$$
(7)

Полная эффективная доля запаздывающих нейтронов равна сумме по группам запаздывающих нейтронов:

$$\beta_{\mathfrak{s}\phi}(t) = \sum_{j} \beta_{\mathfrak{s}\phi,j}(t). \tag{8}$$

Время жизни мгновенных нейтронов

Для расчёта времени жизни мгновенных нейтронов в программе SUHAM-TD-SQ-2D-SHM реализована следующая формула [7]:

$$\Lambda(t) = \frac{1}{F(t)} \iiint d\mathbf{r} d\Omega dE \frac{1}{\nu(\mathbf{r}, E)} \times (9)$$
$$\times \psi^{+}(\mathbf{r}, \Omega, E) \Psi(\mathbf{r}, \Omega, E, t).$$

Результаты расчётов

Расчёты проведены для всех описанных тестов. Однако результаты расчётов ввиду ограничений на количество иллюстраций приведены не все. Результаты расчётов тестов TD1 и TD2 подобны друг другу, поэтому приведены только результаты расчётов теста TD2, так как в задачах теста TD2 вносится бо́льшая реактивность. Зависимость от времени реактивности, рассчитанной по разным формулам с использованием сопряжённой функции, приведена для тестов TD0-5, TD2-5 и TD3-4.

Следует отметить, что все расчёты проведены с шагом по времени, равным 0,001 с, что с запасом покрывает достаточную для практики точность. Так, для задачи TD0-5, в которой вносится максимальная реактивность в задачах теста TD0, максимальное по модулю отличие полной мощности по всем точкам по времени в расчёте с шагом 0,0001 с от расчёта с шагом 0,001 с не превышает 0,006%, среднеквадратичное отличие в той же величине не превышает 0,0004%. Для задачи TD2-5, в которой вносится максимальная реактивность в задачах теста TD2, максимальное по модулю отличие полной мощности по всем точкам по времени в расчёте с шагом 0,0001 с от расчёта с шагом 0,001 с не превышает 0,028%, среднеквадратичное отличие в той же величине не превышает 0.0006%.

Следует отметить, что в определениях параметров точечной кинетики (5)-(8) присутствует сопряжённая функция. В международных сравнительных расчётах бенчмарка C5G7-TD используются девять различных программ из десяти институтов и семи стран [8]. При этом значительная часть результатов расчёта параметров точечной кинетики получена с использованием плоской сопряжённой функции $\psi^+(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}, E) \equiv 1$ [8]. Это явилось поводом для проведения исследования различий при использовании для расчёта параметров точечной кинетики расчётной и плоской сопряжённых функций.



Рис. 5. Зависимость от времени реактивности по Генри для задач TD0-1 (—), TD0-2 (—), TD0-3 (--), TD0-4 (--), TD0-5 (--) (*a*), TD2-1 (—), TD2-2 (—), TD2-3 (--), TD2-4 (--), TD2-5 (--) (*b*)



Рис. 6. Зависимость от времени реактивности по Генри для задач TD3-1 (—), TD3-2 (—), TD3-3 (- -), TD3-4 (- -)

Реактивность

На рис. 5, 6 показаны графики зависимости реактивности от времени для тестов TD0, TD2 и TD3 соответственно, рассчитанные по формуле Генри с использованием сопряжённой функции в качестве весовой функции (6).

На рис. 7, 8 показаны графики зависимости реактивности от времени для тестов TD0-5, TD2-5 и TD3-4, т.е. для тестов с наибольшей введённой реактивностью, рассчитанные по формулам (4), (5), (6) с использованием сопряжённой функции.

На рис. 7, 8 видно, что формула Белла— Глесстона (5) для реактивности сильно занижает значение реактивности (в несколько раз) на всём временном отрезке, на котором



Рис. 7. Зависимость от времени реактивности, рассчитанной по формулам (4) (--), (5) (—), (6) (—), для задач TD0-5 (*a*), TD2-5 (*б*)



Рис. 8. Зависимость от времени реактивности, рассчитанной по формулам (4) (--), (5) (—), (6) (—), для задачи TD3-4

происходит возмущение. В то же время на этих рисунках не видно значительного отличия реактивности, рассчитанной по формуле Генри (6) и по формуле (4). На рис. 9 показаны соответствующие кривые процентных отличий для задач T0-5 и T2-5, при этом в качестве опорных значений приняты значения реактивностей, рассчитанных по формуле Генри (6). Соответствующие отличия для задачи T3-4 очень близки к отличиям в задаче T2-5.

Видно, что реальные относительные отличия могут достигать 10% (36,5% для варианта TD1-5). При этом максимальные отличия достигаются в начальный момент внесения возмущения, когда значение реактивности небольшое.

На рис. 10, 11 показаны графики зависимости реактивности от времени для тестов TD0,



Рис. 9. Отличия реактивности ρ_k (4) от реактивности по Генри (6) на временном интервале 0—2 с для задач TD0-5 (*a*), TD2-5 (*б*)



Рис. 10. Зависимость реактивности от времени на временном интервале 2,0—10,0 с для задач TD0-1 (—), TD0-2 (—), TD0-3 (- -), TD0-4 (- -), TD0-5 (- -) (*a*), TD2-1 (—), TD2-2 (—), TD2-3 (- -), TD2-4 (- -), TD2-5 (- -) (*b*)



Рис. 11. Зависимость реактивности от времени на временном интервале 2,0—10,0 с для задач TD3-1 (—), TD3-2 (—), TD3-3 (--), TD3-4 (— —)

TD2 и TD3, рассчитанные по формуле Генри с использованием сопряжённой функции (6) на временном интервале 2,0—10,0 с. На рисунках видно, что во всех тестах абсолютное значение реактивности в асимптотике стремится к величине, примерно равной $3,0\cdot10^{-6}$, а не к точному значению, равному нулю. По-видимому, это значение ($3,0\cdot10^{-6}$) характеризует точность расчёта асимптотической реактивности в программе SUHAM-TD-SQ-2D-SHM.

Следует отметить, что значения реактивности существенно зависят от использования в формуле (6) сопряжённой функции в качестве весовой функции. Использование в качестве сопряжённой функции постоянной функции при расчёте реактивности в области возмуще-



Рис. 13. Зависимость от времени эффективной доли запаздывающих нейтронов, рассчитанной по формуле (7), для задач TD3-1 (—), TD3-2 (—), TD3-3 (--), TD3-4 (—)

ния сечений (0—2 с) приводит к завышению её значения для данных тестов до 10%.

Эффективная доля запаздывающих нейтронов

На рис. 12, 13 показаны графики зависимости эффективной доли запаздывающих нейтронов от времени для тестов TD0, TD2 и TD3 соответственно, рассчитанные по формулам (7), (8).

Необычная зависимость эффективной доли запаздывающих нейтронов от времени для больших изменений значений ω (см. рис. 13, задачи теста TD3) связана с разной зависи-



Рис. 12. Зависимость от времени эффективной доли запаздывающих нейтронов, рассчитанной по формуле (7), для задач TD0-1 (—), TD0-2 (—), TD0-3 (- -), TD0-4 (- -), TD0-5 (- -) (*a*), TD2-1 (—), TD2-2 (—), TD2-3 (- -), TD2-4 (- -), TD2-5 (- -) (*б*)



Рис. 14. Зависимость времени жизни мгновенных нейтронов от времени, рассчитанных по формуле (9), для задач TD0-1 (—), TD0-2 (—), TD0-3 (- -), TD0-4 (- -), TD0-5 (- -) (*a*), TD2-1 (—), TD2-2 (—), TD2-3 (- -), TD2-4 (- -), TD2-5 (- -) (*b*)

мостью эффективной доли запаздывающих нейтронов от времени для отдельных ТВС.

Зависимость эффективной доли запаздывающих нейтронов от времени, рассчитанной по формуле (7) с использованием в качестве сопряжённой функции плоской функции, примерно такая же, что и на рис. 12, 13, но абсолютное значение в этом случае заметно ниже.

Использование в качестве весовой функции постоянной функции вместо сопряжённой при расчёте эффективной доли запаздывающих нейтронов занижает её значение для данных тестов примерно на 7%.



Рис. 15. Зависимость времени жизни мгновенных нейтронов от времени, рассчитанных по формуле (9), для задач TD3-1 (—), TD3-2 (—), TD3-3 (- -), TD3-4 (— —)

Время жизни мгновенных нейтронов

На рис. 14, 15 показаны графики зависимости времени жизни мгновенных нейтронов от времени для тестов TD0, TD2 и TD3, рассчитанных по формуле (9).

Использование в качестве весовой функции постоянной функции вместо сопряжённой при расчёте времени жизни мгновенных нейтронов занижает её значение для данных тестов до 6%, хотя при сильном изменении плотности теплоносителя отличие может изменить знак.

Заключение

Приведены формулы для зависящих от времени параметров нейтронной кинетики, а именно для реактивности, доли запаздывающих нейтронов и времени жизни мгновенных нейтронов, реализованные в комплексе программ SUHAM-TD. Представлены расчёты параметров точечной кинетики по комплексу программ SUHAM-TD для двумерных тестов международного бенчмарка C5G7-TD с использованием различных формул. Исследована погрешность расчёта параметров точечной кинетики, возникающая при использовании плоской функции вместо сопряжённой функции.

Работа выполнена при поддержке НИЦ "Курчатовский институт" (приказ № 1878 от 22.08.2019).

Список литературы

1. *Hou J., Ivanov K.N., Boyarinov V.F., Fomichenko P.A.* OECD/NEA benchmark for timedependent neutron transport calculations without spatial homogenization. — Nuclear Engineering and Design, 2017, vol. 317, p. 177—189.

2. Boyarinov V.F., Kondrushin, A.E., Fomichenko P.A. Benchmark on deterministic time-dependent transport calculations without spatial homogenization. — In: PHYSOR-2014, the Role of Reactor Physics Toward a Sustainable Future. Kyoto, Japan, September 28 — October 3, 2014.

3. Бояринов В.Ф., Кондрушин А.Е., Фомиченко П.А. Двумерные уравнения метода поверхностных гармоник для решения задач пространственной нейтронной кинетики в реакторах с квадратной решеткой. — ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2013, вып. 4, с. 4—16.

4. *Лалетин Н.И*. Об уравнениях гетерогенного реактора. — ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 1981, вып. 18, с. 31—46.

5. *Белл Д., Глесстон С.* Теория ядерных реакторов. — М.: Атомиздат, 1974. 374 с.

6. *Henry A.F.* Nuclear-Reactor Analysis. Published by the MIT Press, 1975, p. 302.

7. *Hirakawa N., Oikawa H., Kobayashi K.* Space dependent kinetics analysis of control rod withdrawal accident in liquid metal fast breeder reactors. — J. of Nuclear Science and Technology, 1984, vol. 21(6), p. 421—437.

8. *Ogujiuba K., Hou J.* Summary of Comparative Analysis of Phase I. Results: 2DCases. C5G7-TD-4. — In: Workshop Oak Ridge National Laboratory, May 16—17, 2019. https://www.oecd-nea.org/download/egrts/C5G7-TD/index.html.

> Контактная информация — Бояринов Виктор Федорович, начальник лаборатории, тел.: 8 (499) 196-90-48, e-mail: Boyarinov VF@nrcki.ru

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1, с. 34—43.

УДК 621.039

Оценка эффективности системы внутриреакторного контроля потока нейтронов в активной зоне реактора на быстрых нейтронах

В.Н. Васекин, С.П. Падун,

НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1

Статья поступила в редакцию 26.08.2019 После доработки — 10.03.2020 Принята к публикации 17.03.2020

Рассмотрена методика расчётной оценки эффективности системы внутриреакторного контроля (СВРК) потока нейтронов в активной зоне ядерного реактора. Представлены результаты расчётной оценки эффективности СВРК в отношении контроля нейтронной мощности в штатных переходных и аварийных режимах при различном количестве и расположении нейтронных датчиков в активной зоне быстрого реактора.

Ключевые слова: нейтронная мощность, реактивность, СВРК, эффективность, методика расчётной оценки, динамические процессы, запаздывающие нейтроны, обратные связи.

Evaluation of the Efficiency of the In-Reactor Control System of the Neutron Flux in the Core of a Fast Neutron Reactor. V.N. Vasekin, S.P. Padun, NRC "Kurchatov Institute", 1, Akademika Kurchatova sa., Moscow, 123182.

The method of calculation evaluation of the efficiency of the in-reactor control system (IRCS) of neutron flux in the core of a nuclear reactor is considered. There are presented the results of numeric analysis of the effectiveness of the (IRCS) regarding to the control of the neutron power in normal and emergency modes with different number and location of the neutron sensors in the core.

Key Words: neutron power, reactivity, IRCS, efficiency, methods of estimating, dynamic process, delayed neutrons, feedback.

Введение

Система внутриреакторного контроля (СВРК) предназначена для контроля в процессе эксплуатации реакторной установки (РУ) плотности потока нейтронов в активной зоне.

На результатах контроля потока нейтронов основаны расчётные и экспериментальные методики контроля в процессе эксплуатации РУ нейтронно-физических интегральных параметров и распределённых характеристик, по которым установлены проектные и эксплуатационные пределы безопасности, включая контроль реактивности, периода, интегральной мощности, распределения мощности энерговыделения. Данные контроля указанных параметров и характеристик используются для формирования управляющих сигналов штатной системы контроля, управления и защиты (СКУЗ) РУ, функционирование которой обеспечивает нормальные условия эксплуатации, определённые системой проектных и эксплуатационных прелелов безопасности.

Методика

Предлагаемая в настоящей работе методика оценки эффективности СВРК основана на расчётном моделировании с использованием многофункционального реакторного кода МФРК [1] штатных переходных и аварийных режимов, предусмотренных перечнем проектных аварий, включая расчётное моделирование распределения ценности нейтронов по отношению к показаниям нейтронных датчиков СВРК.

Для расчётного моделирования штатных переходных и аварийных режимов в коде МФРК реализовано решение нестационарного уравнения переноса нейтронов в многогрупповом диффузионном приближении с учётом запаздывающих нейтронов

$$\frac{1}{\nu} \frac{\partial \Phi^{g}(\overline{r},t)}{\partial t} + \nabla D^{g}(\overline{r},t) \nabla \Phi^{g}(\overline{r},t) + \\
+ \Sigma_{t}^{g}(\overline{r},t) \Phi^{g}(\overline{r},t) = \sum_{g'} \Sigma_{s}^{g',g}(\overline{r},t) \Phi^{g'}(\overline{r},t) + \\
+ \sum_{n} \chi_{p}^{g,n} (1-\beta^{n}) \sum_{g'} \nu \Sigma_{f}^{g',n}(\overline{r},t) \Phi^{g'}(\overline{r},t) + \\
+ \sum_{n} \sum_{j} \chi_{d,j}^{g,n} \lambda_{j}^{n} C_{j}^{n}(\overline{r},t); \\
\frac{\partial C_{j}^{n}(\overline{r},t)}{\partial t} + \lambda_{j}^{n} C_{j}^{n}(\overline{r},t) = \\
= \beta_{j}^{n} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f}^{g',n}(\overline{r},t) \Phi^{g'}(\overline{r},t), \quad \beta^{n} = \sum_{j} \beta_{j}^{n}.$$
(1)

Здесь $\Phi^{g}(\bar{r}, t)$ — групповой поток нейтронов; $D^{g}(\bar{r}, t)$ — групповой коэффициент диффузии; $\Sigma_{t}^{g}(\overline{r}, t)$ — полное макроскопическое групповое сечение; $\nu \Sigma_{f}^{g',n}(\overline{r}, t)$ — групповое сечение образования нейтронов деления при делении ядер *n*-го нуклида; $\Sigma_{S}^{g',g}(\overline{r}, t)$ — макроскопическое сечение перевода нейтронов из группы g' в группу g; $\chi_{d,j}^{g,n}$ — групповой спектр запаздывающих нейтронов *j*-й группы, появившихся при делении *n*-го нуклида; $C_{j}^{n}(\overline{r}, t)$ — плотность предшественников запаздывающих нейтронов *j*-й группы, появившихся при делении *n*-го нуклида; λ_{j}^{n} — постоянная распада предшественников запаздывающих нейтронов *j*-й группы; β_{j}^{n} — доля запаздывающих нейтронов *j*-й группы, появившихся при делении *n*-го нуклида.

В программе МФРК используется многогрупповая библиотека констант, подготовленная по программе CONSYST [2].

Для решения нестационарного уравнения переноса нейтронов (1) в коде МФРК [1] используется метод, основанный на представлении решения в виде произведения $\Phi^{g}(\bar{r}, t) =$ $= P(t)\Psi^{g}(\overline{r}, t)$ амплитудной функции P(t) и нормированной соответствующим образом форм-функции $\Psi^{g}(\overline{r}, t)$ [2, с. 369—378]. Амплитудная функция P(t) описывает временное поведение интегральной нейтронной мощности. Форм-функция $\Psi^{g}(r, t)$ описывает изменение со временем пространственно-энергетического распределения потока нейтронов. Подстановка представления $\Phi^{g}(\overline{r}, t) = P(t)\Psi^{g}(\overline{r}, t)$ в исходное нестационарное уравнение (1) приводит к системе уравнений для амплитудной функции P(t) и форм-функции $\Psi^{g}(\overline{r}, t)$, последняя находится из стационарного уравнения с источником, включающим в себя вклады от изменения со временем амплитудной функции, формфункции и вклад от запаздывающих нейтронов [3, c. 376].

Входящие в систему уравнений интегральные параметры являются дробно-линейными функционалами форм-функции $\Psi^{g}(\bar{r}, t)$ текущего распределения потока нейтронов и ценности нейтронов $\Phi^{g^{+}}(\bar{r}, t_{0})$ в начальный момент времени [3, с. 372—378]. Более полное описание кода МФРК дано в [1].

Для моделирования временного поведения реактивности $\rho(t)$ в штатных переходных и аварийных процессах в коде МФРК реализованы

два алгоритма. Первый основан на вычислении реактивности в каждый момент времени переходного процесса с использованием формфункции $\Psi^{g}(\bar{r}, t)$ и ценности нейтронов $\Phi^{g^{+}}(\bar{r}, t_{0})$ [1; 3, с. 374]

$$\rho(t) =$$

$$= \int_{V} d\overline{r} \sum_{g} \{ \Phi^{g+}(\overline{r}, t_{0}) \nabla (\Delta D^{g}(\overline{r}, t)) \nabla \Psi^{g}(\overline{r}, t) - \Phi^{g+}(\overline{r}, t_{0}) \Delta \Sigma_{t}^{g}(\overline{r}, t) \Psi^{g}(\overline{r}, t) + \sum_{g'} \Phi^{g+}(\overline{r}, t_{0}) \Delta \Sigma_{S}^{g'g}(\overline{r}, t) \Psi^{g'}(\overline{r}, t) + \sum_{g'} \sum_{n} \Phi^{g+}(\overline{r}, t_{0}) [\chi_{p}^{n,g}(1 - \beta^{n}) + \sum_{j} \chi_{d,j}^{n,g} \beta_{j}^{n}] \times \times v^{n,g'} \Delta \Sigma_{f}^{n,g'}(\overline{r}, t) \Psi^{g'}(\overline{r}, t) \} \frac{1}{F(t)}.$$
(2)

Здесь $\Delta D^{g}(\overline{r}, t)$, $\Delta \Sigma_{t}^{g}(\overline{r}, t)$, $\Delta \Sigma_{S}^{g'g}(\overline{r}, t)$, $\Delta \Sigma_{f}^{n,g'}(\overline{r}, t)$ — изменения коэффициента диффузии макроскопических нейтронных сечений, определяемые как разности соответствующих значений в текущий и начальный моменты

времени; $F(t) = \sum_{n} F_{p}^{n}(t)$ — суммарная ценность нейтронов деления;

$$= \int_{V} d\overline{r} \sum_{g} \sum_{g'} \chi_{p}^{n,g} v \Sigma_{f}^{n,g'}(\overline{r}, t) \Phi^{g^{+}}(\overline{r}, t_{0}) \Psi^{g'}(\overline{r}, t)$$

 $F_{-}^{n}(t) =$

— ценность нейтронов деления, появившихся при делении *n*-го нуклида.

Второй алгоритм основан на расчете реактивности $\rho(t)$ по формуле, полученной путём обратного решения системы уравнений кинетики с использованием интегральной нейтронной мощности P(t), получаемой по данным СВРК [5, с. 22—30]:

$$\rho(t) = \beta_{\vartheta\phi}(t) + \frac{\Lambda(t)}{P(t)} \frac{dP(t)}{dt} - \frac{\Lambda(t)}{P(t)} \sum_{n} \sum_{j} \lambda_{j}^{n} C_{j}^{n}(t);$$

$$\beta_{\vartheta\phi}(t) = \sum_{n} \sum_{j} \overline{\beta}_{p,j}^{n}(t).$$
(3)

Для концентрации предшественников запаздывающих нейтронов используется аналитическое решение уравнения

$$\frac{\partial C_j^n(t)}{\partial t} + \lambda_j^n C_j^n(t) = \frac{\overline{\beta}_{d,j}^n(t)}{\Lambda(t)} P(t)$$

на временном шаге $\Delta t_i = (t_{i-1}, t_i)$ в предположении, что величины $\overline{\beta}_{d,j}^n(t)$, $\Lambda(t)$ и P(t) постоянны на временном шаге:

$$C_{j}^{n}(t) = C_{j}^{n}(t_{i-1}) \exp(\lambda_{j}^{n}(t-t_{i-1}) + \frac{\overline{\beta}_{d,j}^{n}(t_{i-1})P(t_{i-1})}{\lambda_{j}^{n}\Lambda(t_{i-1})} (1 - \exp(\lambda_{j}^{n}(t-t_{i-1}))).$$
(4)

Здесь

$$\overline{\beta}_{d,j}^{n}(t) = \beta_{j}^{n}(t) \frac{F_{d,j}^{n}(t)}{F(t)};$$

$$F_{d,j}^{n}(t) =$$

$$= \int_{V} d\overline{r} \sum_{g} \sum_{g'} \chi_{d,j}^{n,g} v \Sigma_{f}^{n,g'}(\overline{r}, t) \Phi^{g+}(\overline{r}, t_{0}) \Psi^{g'}(\overline{r}, t)$$

Время жизни мгновенных нейтронов $\Lambda(t)$ и концентрация предшественников запаздывающих нейтронов $C_j^n(t)$ *j*-й группы, образовавшихся при делении *n*-го нуклида, определяются равенствами

$$\Lambda(t) = \frac{\int d\bar{r} \sum_{g} \frac{1}{v^{g'}} \Phi^{g+}(\bar{r}, t_0) \Psi^{g'}(\bar{r}, t)}{F(t)};$$
$$C_j^n(t) = \frac{\int d\bar{r} \sum_{g} \chi_{d,j}^{n,g} \Phi^{g+}(\bar{r}, t_0) C_j^n(r, \bar{t})}{\Lambda(t) F(t)};$$

соответственно.

Для расчёта периода T(t) используется соотношение, связывающее период с реактивностью:

$$T(t) = \frac{\left[\Lambda(t) + \sum_{n} \sum_{j} \frac{\beta_{j}^{n}}{\lambda_{j}^{n}} \frac{F_{d,j}^{n}(t)}{F(t)} \right]}{\left[\rho(t) - \beta_{3\phi} + \sum_{n} \sum_{j} \beta_{j}^{n} \frac{F_{d,j}^{n}(t)}{F(t)} \right]}.$$
 (5)

Для расчёта распределения мощности энерговыделения W(r, t) в каждый момент времени используется соотношение

$$W(r, t) = \sum_{g} \sum_{n} \varepsilon_{n} \Sigma_{f}^{n,g}(\overline{r}, t) P(t) \overline{\Psi}^{g}(\overline{r}, t),$$

где ε_n — энергия, выделяющаяся при делении ядер *n*-го нуклида.

В коде МФРК для расчётного моделирования распределения ценности нейтронов по отношению к показаниям нейтронных датчиков СВРК реализованы алгоритмы численного решения сопряжённого уравнения с источником $Q^{s+}(\bar{r}) = \Sigma_{dat}^{s}(\bar{r})$, в качестве которого выбирается определяющая чувствительность датчиков СВРК [3, с. 201—202], величина макроскопического группового сечения $\Sigma_{dat}^{s}(\bar{r})$ ядер детектора:

$$\nabla D^{g}(\overline{r}) \nabla \Phi^{g^{+}}(\overline{r}, t) - \Sigma_{t}^{g}(\overline{r}, t) \Phi^{g^{+}}(\overline{r}, t) + \\ + \sum_{g'} \Sigma_{S}^{gg'}(\overline{r}, t) \Phi^{g'^{+}}(\overline{r}, t) + \sum_{n} \{ \sum_{g'} [\chi_{p}^{n,g'}(1 - \beta^{n}) + (6) + \sum_{j} \chi_{d,j}^{n,g'} \beta_{j}^{n}] \nu \Sigma_{f}^{n,g}(\overline{r}, t) \Phi^{g'^{+}}(\overline{r}, t) \} + Q^{g^{+}}(\overline{r}) = 0.$$

Физический смысл решения сопряжённого уравнения (6) можно получить следующим образом [3, с. 201—202; 4, с. 136—137]. Наряду с сопряжённым уравнением рассматривается стационарное уравнение с заданным источником нейтронов $Q^{g}(r)$:

$$\nabla D^{g}(\overline{r}) \nabla \Phi^{g}(\overline{r}, t) - \Sigma_{t}^{g}(\overline{r}) \Phi^{g}(\overline{r}, t) +$$

$$+ \sum_{g'} \Sigma_{s}^{g'g}(\overline{r}) \Phi^{g'}(\overline{r}, t) + \sum_{n} \{ \sum_{g'} [\chi_{p}^{n,g}(1 - \beta^{n}) + (7) + \sum_{j} \chi_{d,j}^{n,g} \beta_{j}^{n}] v \Sigma_{f}^{n,g'}(\overline{r}, t) \Phi^{g'}(\overline{r}, t) \} + Q^{g}(\overline{r}) = 0.$$

Уравнения (6) и (7) умножаются на $\Phi^{g}(\overline{r}, t)$ и $\Phi^{g+}(\overline{r}, t)$ соответственно, интегрируются по объёму, суммируются по группам, результаты вычитаются и с учётом соотношения

$$\left\langle \Phi^{g^+}(\overline{r}, t) \hat{L}^g(\overline{r}) \Phi^g(\overline{r}, t) \right\rangle = \\ = \left\langle \Phi^g(\overline{r}, t) \hat{L}^{g^+}(\overline{r}) \Phi^{g^+}(\overline{r}, t) \right\rangle$$

получаем

$$\left\langle \Phi^{g^{+}}(\overline{r},t)Q^{g}(\overline{r})\right\rangle = \left\langle \Phi^{g}(\overline{r},t)Q^{g^{+}}(\overline{r})\right\rangle,$$

где угловые скобки означают суммирование по группам и интегрирование по пространственной переменной, т.е. скалярное произведений соответствующих функций [3, с. 198].

Если в качестве $Q^{g}(\bar{r})$ выбрать единичный точечный источник $\delta(r-r_{0})\delta_{gg'}$, то получим соотношение $\Phi^{g+}(\bar{r}_{0}, t) = \langle \Phi^{g}(\bar{r}, t)Q^{g+}(\bar{r}) \rangle$, из которого следует, что ценность нейтронов группы $g \Phi^{g+}(\bar{r}_{0}, t)$ в точке (\bar{r}_{0}) представляет собой вклад в показания датчиков СВРК от точечного источника $\delta(\bar{r}-\bar{r}_{0})\delta_{gg'}$ нейтронов этой группы, помещённого в точку r_{0} , и в качестве критерия эффективности системы датчиков СВРК можно рассматривать степень равномерности распределения ценности нейтронов $\Phi^{g+}(\bar{r}, t)$, полученного решением сопряжённой задачи (6).

Пример расчёта

Далее продемонстрировано использование предложенной методики для оценки эффективности СВРК, использующей различное число датчиков и различное их размещение в активной зоне реактора на быстрых нейтронах.

Рассмотрим аварийный режим реактора на быстрых нейтронах, связанный с самоходом группы стержней автоматического регулирования в центральной области активной зоны. Расчётное моделирование указанного режима осуществлялось с использованием кода МФРК по сценарию, в соответствии с которым до 32-й с реактор находился на постоянном уровне мощности, на 32-й с реализовался самоход группы стержней, и была введена положительная реактивность. На 39-й с, когда мощность реактора увеличилась на 20%, сработала аварийная защита. Результаты расчётного моделирования изменения полной мощности реактора представлены на рис. 1.

На рис. 2 представлены результаты расчёта логарифмической производной от полного потока нейтронов в активной зоне, потока в цен-



Рис. 1. Изменение полной мощности (---), отн. ед.



Рис. 2. Логарифмические производные от потока нейтронов в центральном канале (---), от полного потока нейтронов (____), в канале на периферии (___)

ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1

тральном канале и в канале, расположенном на периферии активной зоны.

Из представленных на рис. 2 данных видно, что значения логарифмической производной от потока нейтронов в центральном канале выше логарифмической производной от полной нейтронной мощности, а значения логарифмической производной потока нейтронов в канале на периферии ниже. Следовательно, значения реактивности (3) и периода (5), определённые по показаниям датчиков СВРК, расположенных в центре или на периферии активной зоны, будут различными.

Результаты расчётного моделирования распределения ценности нейтронов $\Phi^+(\bar{r}, t)$ по отношению к показаниям датчиков СВРК при различном числе и расположении последних представлены на рис. 3—5. На этих рисунках видно, что по мере увеличения числа датчиков, установленных непосредственно в активной зоне, неравномерность распределения ценности



Рис. 3. Распределение ценности нейтронов для СВРК с шестью датчиками: — канал с датчиком



Рис. 4. Распределение ценности нейтронов для СВРК с 12 датчиками: — канал с датчиком



Рис. 5. Распределение ценности нейтронов для СВРК с 17 датчиками: — канал с датчиком

нейтронов $\Phi^+(\bar{r}, t)$ снижается. Так что в качестве критерия эффективности системы датчиков СВРК можно рассматривать коэффициент неравномерности распределения ценности нейтронов $\Phi^+(\bar{r}, t)$ (6). Моделирование распределения ценности нейтронов $\Phi^+(\bar{r}, t)$ осуществлялось для начального состояния реактора, когда он находился на постоянном уровне мощности. Работа выполнена при поддержке НИЦ "Курчатовский институт", приказ "О проведении НИР" № 1878 от 22.08.2019.

Список литературы

1. Васекин В.Н. Расчётное моделирование штатных переходных и аварийных режимов РУ на быстрых нейтронах. — ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2019, вып. 1, с. 21—32.

2. *Мантуров Г.Н., Николаев М.Н., Поляков А.Ю., Цибуля А.М.* Аннотация программы CONSYST. — ВАНТ. Вопросы атомной науки и техники. Сер. Ядерные константы, 1999, вып. 2, с. 148—150.

3. *Белл Д., Глесстон С.* Теория ядерных реакторов. — М.: Атомиздат, 1974.

4. *Лукьянов А.А.* Замедление и поглощение резонансных нейтронов. — М.: Атомиздат, 1974. 360 с.

5. Зизин М.Н. Методы расчета нейтроннофизических характеристик быстрых реакторов. — М.: НИЦ "Курчатовский институт", 2014, с. 29—43.

> Контактная информация— Васекин Владимир Николаевич, с. н. с., тел.: 8 (926)282-00-83, e-mail: vasekina.v@yandex.ru

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1, с. 44—48.

УДК 621.039

Адаптация программы СТАРТ4 для расчёта быстрых нестационарных процессов в исследовательском реакторе

А.О. Гольцев, В.Д. Давиденко,

НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1, *В.А. Бахтин, А.С. Колганов,* ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 125047, Москва, Миусская пл., д. 4

> Статья поступила в редакцию 05.08.2019 После доработки — 22.02.2020 Принята к публикации 17.03.2020

В статье приведены результаты расчётных исследований нестационарных процессов без обратных связей в исследовательском реакторе. Полученные результаты показывают большую степень неопределённости рассчитываемых функционалов в зависимости от параметров временной, пространственной и энергетической сеток. Дано краткое описание параллельной версии программы СТАРТ4.

Ключевые слова: запроектные аварии, разгон на мгновенных нейтронах, многогрупповое диффузионное приближение, *R*-*Z*-геометрия, параллельные вычисления.

Adaptation of the CTART4 Code for the Calculation of Fast Non-Stationary Processes in a Research Reactor. A.O. Gol'tsev, V.D. Davidenko, NRC "Kurchatov Institute", 1, Akademika Kurchatova sq., Moscow, 123182, V.A. Bakhtin, A.S. Kolganov, Keldysh Institute of Applied Mathematics, 4, Miusskaya sq., Moscow, 125047.

The article presents the results of computational studies of non-stationary processes without feedback in a research reactor. The obtained results show a large degree of uncertainty of the calculated functionals depending on the parameters of the time, spatial and energy grids. A brief description of the parallel version of the CTART4 code is given.

Key Words: beyond design basis accidents, dispersal on the instant neutrons, a multigroup diffusion approximation, R-Z geometry, parallel calculations.

Введение

Согласно современным требованиям [1-2] в отчёте по обоснованию безопасности исследовательских ядерных установок (ИЯУ) должны быть приведены расчёты процессов, протекающих в установке при запроектных авариях. В частности, должны быть представлены результаты расчётов аварий, обусловленных реализацией максимально возможной реактивности вследствие наложения ряда отказов, а также аварий, в которых исходные события проектных аварий сопровождаются полным отказом аварийной защиты. Понятно, что в зависимости от условий и последовательности развития аварийного процесса, а также от исходного состояния ИЯУ может начаться рост мощности с очень малым периодом, другими словами, разгон на мгновенных нейтронах.

Расчёт таких быстрых процессов при обосновании безопасности модельного ИЯУ проводился по программе СТАРТ4 [3], которая рассчитывает перенос нейтронов в реакторе в многогрупповом диффузионном приближении в *R*-*Z*-геометрии, а перенос тепла — по модели пористого тела. Тестирование этой программы на математическом тесте BBЭP-BH [4] (мгновенный ввод отрицательной реактивности $\approx 1\beta_{3\phi}$ в критический одномерный реактор, а затем, через 3 с, возврат реактора в критическое состояние) показало практически полное совпадение с результатами, получаемыми по программам КИР [5] и MRNK [6] (рис. 1). Поскольку все три указанные программы описывают перенос нейтронов разными методами: СТАРТ4 — диффузионное многогрупповое



Рис. 1. Зависимость мощности от времени в нестационарном процессе, рассчитанная по программам СТАРТ4 (— — —), КИР (•) и MRNK (——) приближение, КИР — стохастический метод Монте-Карло, MRNК — аналог метода вероятности первых столкновений, и при этом используют разные библиотеки нейтроннофизических констант, то такое совпадение результатов говорит о том, что эти программы правильно описывают пространственновременное поведение поля нейтронов в моделируемом процессе.

В отличие от теста ВВЭР-ВН настройка программы СТАРТ4 на расчёт быстрых процессов проводилась на *R-Z*-модели активной зоны реактора и преследовала фактически одну цель — добиться максимального быстродействия программы СТАРТ4, естественно, при условии получения достоверных результатов. Это было обусловлено тем, что согласно современным требованиям нормативных документов [2, приложение № 8] расчёт аварийного процесса необходимо продолжать до тех пор, пока не будет достигнут "...выход в стационарный режим с работой по проектной схеме для нормальной эксплуатации ИЯУ или с работой в режиме останова...". В нашем случае (быстрый ввод реактивности больше 1 В_{эф} с разгоном на мгновенных нейтронах) это означает, что необходимо проводить расчёт аварийного процесса длительностью, по крайней мере, ≈1 мин с малым шагом по времени $\Delta \tau \approx 10^{-5}$ с, поскольку время жизни мгновенных нейтронов в модельном исследовательском реакторе составляет $\sim 10^{-4}$ —10⁻⁵ c.

Увеличения быстродействия возможно добиться несколькими путями:

— уменьшить размерность задачи, т.е. уменьшить число пространственных точек и количество энергетических групп;

 — выбрать максимально возможный шаг интегрирования по времени Δτ;

— использовать современные трансляторы, позволяющие распараллеливать в автоматическом режиме исходный текст программы.

Выбор размерности задачи

На рис. 2 показана модель исследовательского реактора в *R*-*Z*-геометрии.

Предварительный анализ показал, что для корректного описания в *R-Z*-модели всех основных особенностей геометрии реактора необходимо использовать в аксиальном направлении разбиение не менее чем на 55 зон, а в радиальном — на 59 зон.

Специфика исследовательского реактора с нейтронной ловушкой обусловливает необходи-



Рис. 2. Схема расположения в *R*-*Z*-модели реактора: *I* — водяной теплоноситель; *2* — нейтронная ловушка (НЛ); *3* — активная зона; *4* — бак с тяжёлой водой

мость проведения расчётов в многогрупповом приближении (рис. 3 и 4). Выбор необходимого количества энергетических групп проводился путём сопоставления результатов расчётов температурного эффекта реактивности при нагреве реактора на 100 °C по стационарной версии программы СТАРТ4 с результатами расчёта этого эффекта по программе MCU [7] (табл. 1). По программе СТАРТ4 этот эффект оценивался в 5-, 17- и 77-групповом приближении.

Расчёты показывают, что для корректного расчёта нестационарных процессов с обратными связями по температуре топлива и плотно-



Рис. 3. Спектр нейтронов в разных областях реактора: ◆ — в центре НЛ; — в центре АЗ; - - - - — на краю ТВО

ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1



Рис. 4. Распределение температуры нейтронного газа (0—2,15 эВ) по радиусу реактора

сти теплоносителя необходимо использовать не менее чем 17-групповое приближение (табл. 2).

Таблица1. Эффект реактивности при нагреве реактора на 100 °С

Программа	$N_{ m rp}$	ΔK
MCU		-0,0178
CTAPT4	5	-0,0167
	17	-0,0175
	77	-0,0178

Таблица 2. 17-групповое разбиение (эВ)

$N_{\rm rp}$	$E_{ m min}$	$E_{ m max}$
1	0	4,12.10-2
2	$4,12 \cdot 10^{-2}$	$1,84 \cdot 10^{-1}$
3	$1,84 \cdot 10^{-1}$	$3,18 \cdot 10^{-1}$
4	3,18.10-1	$4,89 \cdot 10^{-1}$
5	4,89.10-1	9,85.10-1
6	$9,85 \cdot 10^{-1}$	2,15
7	2,15	4,65
8	4,65	$1,00.10^{1}$
9	$1,00.10^{1}$	$2,15 \cdot 10^{1}$
10	$2,15 \cdot 10^{1}$	$4,65 \cdot 10^{1}$
11	$4,65 \cdot 10^{1}$	$1,00.10^{2}$
12	$1,00.10^{2}$	$2,15 \cdot 10^2$
13	$2,15 \cdot 10^2$	$4,65 \cdot 10^2$
14	$4,65 \cdot 10^2$	$1,00.10^{3}$
15	$1,00.10^{3}$	$8,00.10^{5}$
16	8,00·10 ⁵	$1,40.10^{7}$
17	$1,40.10^{7}$	$1,45 \cdot 10^{7}$

ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1

Выбор величины временного шага

Поскольку аварийные процессы, связанные с вводом реактивности больше 1 $\beta_{9\phi}$, будут приводить к разгону реактора на мгновенных нейтронах, то перед началом расчётов была проведена серия модельных расчётов, направленная на выбор оптимального временного шага $\Delta \tau$, с которым должно решаться нестационарное диффузионное многогрупповое уравнение переноса нейтронов.

Известно [7], что при мгновенном вводе в момент времени $\tau = 0$ положительной реактивности $\rho > 1$ $\beta_{9\phi}$ разгон реактора идёт на мгновенных нейтронах, при этом, если не учитывать влияние обратных связей, изменение мощности реактора описывается простой экспоненциальной зависимостью

$$W(\tau) = W_0 \exp\left(\frac{\rho}{l}\tau\right),$$

где $\rho = (K_{i\phi} - 1)$ — введённая реактивность; l — время жизни нейтронов.

Результаты расчётов по программе СТАРТ4 без обратных связей, когда введённая мгновенно реактивность равнялась ~5 $\beta_{3\phi}$ (3,56% $\Delta K/K$), показаны на рис. 5 и 6. Было проведено четыре расчёта с шагами $\Delta \tau$, равными 10^{-3} , 10^{-4} , 10^{-5} и 10^{-6} с. Рассчитывался процесс длительностью 0,01 с. Проведённая серия расчётов модельного процесса вызвала ряд вопросов.

То, что спустя 0,002—0,003 с после начала разгона мы получаем абсолютно точную экспоненциальную кривую (в логарифмических координатах — прямая линия), удивления не



Рис. 5. Изменение тепловой мощности при вводе реактивности ~5 $\beta_{3\varphi}$: $\Delta \tau = 10^{-3}$ (**•**), 10^{-4} (~~), 10^{-5} (---), 10^{-6} (**△**)



Рис. 6. Изменение периода реактора при вводе реактивности ~5 $\beta_{3\phi}$: $\Delta \tau = 10^{-3}$ (**■**), 10^{-4} (**—**), 10^{-5} (•••), 10^{-6} (•••)

вызывает, как и не вызывает удивления нелинейность кривой на интервале 0—0,003 с. Эта нелинейность обусловлена формированием новой форм-функции пространственно-энергетического распределения нейтронов после мгновенного ввода достаточно большой реактивности. Удивление вызвали два факта:

— понятно, что расчёт с шагом $\Delta \tau = 10^{-3}$ с даёт явно неправильный результат, но в то же время решение также имеет экспоненциальный вид, правда, с другим (неправильным) показателем экспоненты. В программе СТАРТ4 используется неявный метод решения нестационарного уравнения переноса нейтронов, который устойчив при любых значениях Δτ [9]. Оказывается, что устойчивость метода решения (его сходимость) не означает, что он сходится к правильному решению. Да, метод сходится, но сходится не туда! Именно это и демонстрирует расчёт с шагом $\Delta \tau = 10^{-3}$ с. Отсюда следует, что перед проведением расчётов разгона реактора на мгновенных нейтронах всегда необходимо удостовериться, что выбранный шаг Δτ будет приводить к правильному решению. Именно это и делалось в серии этих модельных расчётов;

— как видно на рис. 6 и 7, расчёты с шагами $\Delta \tau$, равными 10^{-4} , 10^{-5} и 10^{-6} с, дают практически одинаковые результаты (кривые накладываются друг на друга). Кстати, используя значение установившегося периода разгона T_y , можно вычислить время жизни нейтрона l по формуле

$l = T_v \rho$,

где р — введённая реактивность.

Полученные значения времени жизни (табл. 3) хорошо совпадают с паспортным зна-



Рис. 7. Суммарное количество итераций, необходимое для расчёта одного интервала времени 10^{-4} с: $\Delta \tau = 10^{-4}$ (——), 10^{-5} (••••), 10^{-6} (——)

чением времени жизни нейтронов модельного реактора, вычисляемым обычным способом с использованием функции ценности нейтронов $6.7 \cdot 10^{-5}$ с.

гаолица.	So the formation you and be the formation of the second se
периода и в	ремени жизни мгновенных
нейтронов при разном временном шаге	

ТаблицаЗ Значения установившегося

Параметр	Время жизни Δτ, с			
Параметр	10-4	10-5	10-6	
Установившийся	$1,80 \cdot 10^{-3}$	$1,82 \cdot 10^{-3}$	$1,84 \cdot 10^{-3}$	
период, с				
Время жизни, с	6,42.10-5	6,49.10-5	6,56.10-5	

Полученные результаты, казалось бы, говорят о том, что поскольку результаты идентичны, то все дальнейшие расчёты можно проводить с шагом 10⁻⁴ с. Действительно, для расчёта 0.01 с процесса с таким шагом надо сделать 100 шагов, с шагом 10⁻⁵ с — 1000, с шагом 10⁻⁶ с — 10 000 шагов, и поэтому временные затраты на расчёт процесса с шагом 10⁻⁴ с будут в 100 раз меньше, чем при расчёте с шагом 10⁻⁶ с. Однако это не так! Дело в том, что, как было сказано ранее, для решения конечноразностных нестационарных уравнений переноса нейтронов используется неявная схема, и поэтому на каждом временном шаге делается некоторое количество итераций для достижения заданной точности сходимости по потокам нейтронов (в работе была принята точность 10^{-6}). Оказалось, что чем меньше шаг $\Delta \tau$, тем меньше на каждом шаге требуется итераций. Практически линейная зависимость!

На рис. 7 видно (см. интервал установившегося периода 0,003—0,01 с), что для расчёта одного интервала времени 10^{-4} с с шагом $\Delta \tau =$ $= 10^{-4}$, 10^{-5} и 10^{-6} с требуется суммарно одно и то же количество итераций ~500. Различие набегает только на интервале 0—0,003 с, когда происходит трансформация форм-функции.

Анализ результатов показывает (рис. 8), что для расчёта процесса разгона на мгновенных нейтронах без обратных связей длительностью 0,01 с наименьшее количество вычислительных затрат будет в том случае, если расчёт вести с шагом $\Delta \tau = 10^{-6}$ с.

Однако при расчёте нестационарных процессов с обратными связями на каждом временном шаге будут добавляться значительные затраты на вычисление полей энерговыделений, температур, расчёт диффузионных макроконстант и др., что будет в значительной мере увеличивать время счёта. По этой причине в программе СТАРТ4 расчёт нестационарных процессов ведётся с использованием двух шагов: на внешнем шаге 10⁻⁴ с рассчитываются поля энерговыделений, температур, поля плотностей теплоносителей и на их основе рассчитываются диффузионные макроконстанты, зависящие от температур среды и этих плотностей. Расчёт же трансформации полей нейтронов ведётся с более мелким шагом 10⁻⁶ с.

В результате этого на расчёт аварийного процесса длительностью 1 мин, обусловленного вводом реактивности больше 1 $\beta_{3\phi}$, требуется ≈ 25 —30 ч астрономического времени на персональном компьютере с 4-ядерным процессором с использованием последовательной версии программы СТАРТ4.



Рис. 8. Суммарное число итераций, необходимое для расчёта 0,01 с процесса при разных шагах по времени

Следующим шагом к сокращению времени счёта было распараллеливание программы, что позволило сократить время счёта пропорционально числу ядер процессора.

Параллельная версия программы СТАРТ4

Для создания параллельной версии программы СТАРТ4 использовался DVM-подход [9], предназначенный для разработки прикладного программного обеспечения, который основан на использовании специальных инструментов, автоматизирующих анализ последовательных программ и выполняющих их эффективное отображение на гетерогенные вычислительные системы.

На первом шаге пользователь подаёт свою программу на языке Fortran на вход системе автоматизации разработки параллельных программ (системе SAPFOR [10]). Блок анализа системы переводит программу во внутреннее представление. Программа анализируется с помощью различных алгоритмов статического анализа, в результате которого выявляются особенности программы, влияющие на её распараллеливание. Для всех циклов программы собирается информация следующего вида: зависимости по данным (FLOW, ANTI, OUTPUT), регулярные зависимости по данным (для массивов), редукционные переменные, приватные переменные (скаляры и массивы), индукционные переменные, определяются самые значимые циклы. В диалоговом режиме пользователь может просматривать результаты анализа и получать разъяснения по обнаруженным особенностям.

Затем пользователь переходит ко второму шагу — нахождению подходящих схем распараллеливания программы (распределение данных и вычислений, организация доступа к данным, расположенным на других процессорах, и т.п.). Эти действия осуществляются для выбранной пользователем параллельной ЭВМ. Пользователь может определить тип вычислительной системы, для которой разрабатывается параллельная программа: кластер, многоядерный кластер, кластер с ускорителями, указать количество узлов кластера, число и производительность ядер центрального процессора, задать коммуникационные характеристики сети: топологию, латентность, пропускную способность каналов и др. Система SAPFOR должна построить наилучший вариант параллельной программы для заданной ЭВМ. Отбор подходящих схем распараллеливания осуществляется на основе прогнозируемых характеристик эффективности выполнения параллельной программы, получаемой для конкретной схемы распараллеливания на указанной ЭВМ и при заданных пользователем параметрах решаемой задачи (значениях переменных, от которых зависят размеры массивов, количество витков циклов и т.п.). Прогнозирование эффективности заключается в моделировании выполнения программы для этой ЭВМ по внутреннему представлению программы. Система может предлагать пользователю на выбор разные схемы распараллеливания, сопровождая их прогнозируемыми характеристиками эффективности и причинами отказа от распараллеливания фрагментов программы. Пользователь определяет значимые фрагменты программы и исследует причины отказа от их распараллеливания. Он может уточнить результаты автоматического анализа (например, используя дополнительные спецификации) и повторить второй шаг и/или преобразовать текст последовательной программы и начать с первого шага.

Для уточнения результатов анализа может также использоваться динамический анализ (например, для автоматического определения значений параметров задачи, времени выполнения витков цикла, наличия/отсутствия зависимостей). Некоторые преобразования исходной программы могут быть также выполнены системой автоматически (например, инлайн подстановка процедур, разбиение/слияние циклов, приведение циклов к тесно вложенному виду и т.д.).

Если второй шаг для данной ЭВМ и данной задачи выполнен успешно (нашлись приемлемые по эффективности схемы распараллеливания), то пользователь может повторить его для другой ЭВМ, для других параметров задачи и т.д., пока не исчерпается список интересующих его ЭВМ и задач. По отобранным пользователем схемам распараллеливания и внутреннему представлению программы система SAPFOR генерирует текст параллельной программы в модели DVMH на языке Fortran-DVMH [11].

Модель программирования DVMH позволяет разрабатывать параллельные программы для кластеров, в узлах которых, помимо универсальных многоядерных процессоров, установлены ускорители компании NVIDIA и сопроцессоры Intel Xeon Phi. Модель поддерживает использование всех перечисленных архитектур как по отдельности, так и одновременно в рамках одной программы. Модель параллелизма базируется на специальной форме параллелизма по данным: одна программа — множество потоков данных. В этой модели одна и та же программа выполняется на всех процессорах, но каждый процессор выполняет своё подмножество операторов в соответствии с распределением данных.

Язык Fortran-DVMH представляет собой расширение языка Fortran 95 в соответствии с моделью DVMH. При использовании данного языка программист имеет один вариант программы и для последовательного, и для параллельного выполнения. Программа на языке Fortran-DVMH, помимо описания алгоритма обычными средствами языка, содержит правила параллельного выполнения этого алгоритма. Правила оформляются синтаксически таким образом, что они являются "невидимыми" для стандартных компиляторов с языка Fortran и не препятствуют выполнению и отладке DVMHпрограмм на рабочих станциях как обычных последовательных программ.

Для отображения DVMH-программы на параллельную ЭВМ используется специальный компилятор, который входит в состав DVMсистемы. Компилятор преобразует исходную программу в параллельную программу на языке Fortran с вызовами функций системы поддержки параллельного выполнения DVMH-программ, которая реализована на основе стандартных технологий параллельного программирования MPI (для взаимодействия между узлами кластера), OpenMP (для распределения вычислений между ядрами узла), CUDA (для распределения вычислений и отображения данных на графические ускорители).

С использованием DVM-подхода была разработана параллельная версия программы СТАРТ4 для выполнения на многоядерных и многопоточных процессорах. Использование систем SAPFOR и DVM позволило существенно упростить и ускорить процесс её разработки.

Распараллеливание программы СТАРТ4 показало:

— на расчёт 1 мин динамического процесса в модельном реакторе (3245 пространственных точек, 17 энергетических групп), обусловленного вводом реактивности >1 $\beta_{3\phi}$ с шагом по времени ~10⁻⁵ с на ПЭВМ с 4-ядерным процессором Intel Core(TM) i5-2300 2,8 ГГц, затрачивается ~450 мин астрономического времени, т.е. ровно в 4 раза меньше, чем при использовании последовательной версии;

— отсюда следует, что сокращение времени счёта программы пропорционально количеству ядер процессора (или количеству процессоров);

— тестирование программы СТАРТ4 показало абсолютную идентичность результатов, получаемых как её параллельной, так и последовательной версиями.

Заключение и выводы

Расчётные исследования, результаты которых представлены в данной статье, являются лишь частью той работы, которая была проведена при настройке программы СТАРТ4 на расчёт быстрых процессов в исследовательских реакторах. В частности, было показано, что:

— устойчивость неявного метода решения нестационарного уравнения диффузии, его сходимость не означают, что он сходится к правильному решению. Да, метод сходится, но сходится не туда! Именно это и демонстрирует расчёт с шагом $\Delta \tau = 10^{-3}$ с на рис. 5. Отсюда следует, что перед проведением расчётов разгона реактора на мгновенных нейтронах всегда необходимо удостовериться, что выбранный шаг $\Delta \tau$ будет приводить к правильному решению;

— правильность решения, а точнее, допустимый шаг $\Delta \tau$ можно определить, сопоставив величину времени жизни мгновенных нейтронов *l*, определяемую по установившемуся периоду разгона T_y ($l = T_y \rho$, где ρ — введённая реактивность), со значением этой величины, получаемой обычным способом с использованием функции ценности нейтронов. Получаемая по указанной формуле величина времени жизни является косвенным подтверждением правильности работы программы СТАРТ4 при расчёте разгона на мгновенных нейтронах;

— с использованием систем SAPFOR и DVM была разработана параллельная версия программы СТАРТ4 для выполнения на многоядерных и многопоточных процессорах. Это позволило достаточно просто ускорить программу на ПЭВМ с 4-ядерным процессором в ~4 раза.

Список литературы

1. *Правила* ядерной безопасности исследовательских реакторов НП 009-17. Утверждены приказом № 295 Федеральной службы по экологическому, технологическому и атомному надзору 04.08.2017.

2. *Требования* к содержанию отчета по обоснованию безопасности исследовательских ядерных установок НП-049-17. Утверждены приказом № 528 Федеральной службы по экологическому, технологическому и атомному надзору 05.12.2017.

3. *Гольцев А.О.* СТАРТ4 — программа комплексного расчета ядерного реактора произвольного состава в *R*-*Z*-геометрии. — В сб.: Интегрированные математические модели и программы. — М., МИФИ, 1998, с. 321—325.

4. Гольцев А.О., Гомин Е.А., Давиденко В.Д., Зинченко А.С., Иоаннисиан М.В., Ковалишин А.А. Тестовая задача ВВЭР-ВН для верификации нестационарных программных комплексов. — ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2018, вып. 1, с. 36—42.

5. Гомин Е.А., Давиденко В.Д., Зинченко А.С., Харченко И.К. Моделирование кинетики ядерного реактора методом Монте-Карло. — Там же, 2016, вып. 5, с. 4—16.

6. *Иоаннисиан М.В.* Определение потока нейтронов на основе метода многоточечной кинетики. — Там же, 2018, вып. 1, с. 10—23.

7. Алексеев Н.И., Большагин С.Н., Гомин Е.А., Городков С.С., Гуревич М.И., Калугин М.А., Кулаков А.С., Марин С.В., Новосельцев А.П., Олейник Д.С., Пряничников А.В., Сухино-Хоменко Е.А., Шкаровский Д.А., Юдкевич М.С. Статус МСU-5. — Там же, 2011, вып. 4, с. 4—23.

8. **Фейнберг С.М., Шихов С.Б., Троянский В.Б.** Теория ядерных реакторов. Т. 1. Элементарная теория реакторов. — М.: Атомиздат, 1978.

9. *Поттер Д.* Вычислительные методы в физике. — М.: Мир, 1975. 392 с.

10. *DVM-система*. Система разработки параллельных программ. http://dvm-system.org/ru/.

11. Бахтин В.А., Жукова О.Ф., Катаев Н.А., Колганов А.С., Крюков В.А., Поддерюгина Н.В., Притула М.Н., Савицкая О.А., Смирнов А.А. Автоматизация распараллеливания программных комплексов. — Научный сервис в сети Интернет: Труды XVIII Всероссийской научной конференции. Новороссийск, 19—24 сентября 2016 г. — М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2016, с. 76—85. doi: 10.20948 /abrau-2016-31.

12. *Язык* Fortran-DVMH, Fortran-DVMH компилятор, компиляция, выполнение и отладка DVMH-программ. http://dvm-system.org/static_data/docs/FDVMH-user-guide-ru.pdf.

Контактная информация — Гольцев Александр Олегович, начальник лаборатории, тел.: 8 (916) 502-78-96, e-mail: goltsev_AO@nrcki.ru

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1, с. 49—55.

УДК 621.039.5 Методика определения времени до выхода на МКУ для ВВЭР

А.И. Аль-Шамайлех, Д.А. Соловьев, А.А. Семенов, Н.В. Щукин, Б. Джарум, Х.А. Танаш, НИЯУ МИФИ, 115409, Москва, Каширское ш., д. 31

Статья поступила в редакцию 15.02.2020 После доработки — 12.03.2020 Принята к публикации 17.03.2020

Выход реактора на минимальный контролируемый уровень (МКУ) мощности является одной из наиболее ядерно-опасных операций при эксплуатации. В настоящее время на АЭС с ВВЭР используются программы нейтронно-физических расчётов, такие как имитатор реактора (ИР) и БИПР-7А. Эти программы производят расчёт критической концентрации борной кислоты без опоры на данные боковых ионизационных камер (ИК), в результате чего могут возникать неточности в определении критической концентрации. Кроме того, подпитку первого контура чистым конденсатом необходимо прекратить не менее чем за 15 мин до достижения МКУ, а эти программы не производят расчёт времени до выхода в критическое состояние. Разработана программа, которая предсказывает время до выхода в критическое состояние и критическую концентрацию борной кислоты только по показаниям измерительной аппаратуры без опоры на сторонний расчёт.

Ключевые слова: ВВЭР-1000, МКУ, ИР, БИПР-7А.

Method for Determining the Time Before Startup to Minimum Controllable Power for VVER. A.I. Al-Shamayleh, D.A. Solovyov, A.A. Semyonov, N.V. Schukin, B. Djaroum, H.A. Tanash, National Research Nuclear University "MEPh1", 31, Kashirskoe sh., Moscow, 115409.

Startup to minimum controllable power (criticality approach) is one of the most hazardous nuclear operations during operation. In particular, the spontaneous and unauthorized startup to minimum controllable power is very dangerous, and it occurs as a result of some technological operations or changes in technological regimes. Currently, there are codes for neutron-physical calculations at NPPs with VVER, such as reactor simulator (IR) and BIPR-7A. These codes calculate the boric acid critical concentration without relying on ex-core ionization chamber data, which may result in inaccuracies in determining the critical concentration. In addition, feeding the primary circuit with clean condensate must be stopped at least 15 minutes before is reached, and these codes do not calculate the time to reach the critical state. As a result, the idea arose to develop a code that would predict the time to reach the critical state and the critical concentration of boric acid only using the measuring equipment readings without reliance on additional calculations.

Key Words: VVER-1000, MCL, IR, BIPR-7A.

Введение

Развитие ядерной энергетики требует решения ряда важных научных и инженерных задач, прежде всего повышения безопасности, надёжности, эффективности и экономичности вновь создаваемого и уже используемого оборудования АЭС, в том числе и с реакторами ВВЭР, так как среди огромного многообразия в принципе возможных и гораздо меньшего числа экономически выгодных и технически разработанных типов реакторов для АЭС они занимают важнейшее место.

Одной из таких ответственных и важных задач является пуск реактора. Пуск реактора это отдельная сложная ядерно-опасная процедура, поэтому ей уделяется повышенное внимание, она регламентируется специальными инструкциями. В практике управления различают процедуры физического и энергетического пусков. В настоящей статье рассмотрен алгоритм, позволяющий снизить психологическую нагрузку на оператора при переходе с режима с минимальным изменением мощности на режим с быстрым её ростом во время одного из самых важных и опасных этапов энергетического пуска, называемого выходом реактора на минимальный контролируемый уровень (МКУ) мощности.

Пуск реактора ВВЭР-1000 и вывод его на МКУ

Вывод реакторов ВВЭР на МКУ производится после перегрузки топлива и осуществляется примерно один раз в полтора года, кроме того, в течение кампании по разным причинам могут осуществляться несколько дополнительных остановов, после которых также производится вывод реактора — сначала на МКУ, затем на энергетические уровни мощности. Прежде чем приступать к выводу реактора на МКУ, проводится расчёт критической концентрации борной кислоты с помощью штатной программы сопровождения эксплуатации БИПР-7А [1].

Выход на МКУ осуществляется в следующем порядке:

— из первого контура выводится борная кислота (вводится дистиллят) до концентрации примерно на 1 г/кг больше критической;

— введение дистиллята прекращается для обеспечения равномерного перемешивания теплоносителя в первом контуре, компенсаторе давления и деаэраторе;

— продолжается выведение борной кислоты с малой скоростью до достижения небольшой надкритичности. При этом происходит рост мощности реактора до МКУ (с 10-8 до 10-3% от номинального значения мощности за несколько часов). При проведении этой операции необходимо своевременно (за 10-15 мин) прекратить ввод дистиллята, поскольку реакция на закрытие задвижек подпитки чистым конденсатом (ЧК) возникает с запаздыванием в десятки минут изза большого объёма подводящих коммуникаций. Если в процессе вывода реактора на МКУ период разгона будет меньше 60 с, то произойдёт срабатывание аварийной зашиты и пуск реактора придётся повторять заново, а для этого потребуется вновь привести все системы энергоблока в горячее состояние. На это может потребоваться от одного дня и более, что приведёт к потерям в энерговыработке;

— выведение борной кислоты прекращается, мощность начинает поддерживаться перемещением органов регулирования СУЗ.

Из приведённого следует, что определение критической концентрации борной кислоты и оставшегося времени до выхода на МКУ является важной практической задачей.

Текущая ситуация при выводе реактора на МКУ

В настоящее время на АЭС с ВВЭР используются программы нейтронно-физических расчётов, такие как имитатор реактора (ИР) [2] и БИПР-7А. В отличие от программы БИПР-7А, производящей статический расчёт, программа ИР выполняет расчёт динамики ксеноновых процессов и ориентирована на выполнение информационной поддержки оператора АЭС в режиме реального времени. Обе эти программы производят расчёт критической концентрации борной кислоты, используя данные о топливной загрузке, без опоры на показания боковых ионизационных камер (БИК), в результате могут возникать неточности в определении критической концентрации борной кислоты. Кроме того, подпитку первого контура ЧК необходимо прекратить не менее чем за 10—15 мин до достижения МКУ, а эти программы не производят расчёт времени до выхода в критическое состояние. В результате возникла идея разработки программы, которая предсказывала бы время до выхода в критическое состояние и критическую концентрацию борной кислоты, опираясь при этом только на показания измерительной аппаратуры, без использования данных о загрузке.

Эта идея была воплощена в программе МКУ01 [3], которая используется во время пусков всех четырёх энергоблоков Калининской АЭС. Эта программа позволяет уточнить в реальном времени значение критической концентрации борной кислоты и времени до выхода на МКУ, используя для этого мощность, полученную по показаниям БИК, и показания боромеров в первом контуре. Разработанная программа позволяет решить следующие задачи:

— снизить психологическую нагрузку на оператора при переходе из режима с практически неощутимым изменением мощности в режим с быстрым её ростом, так как по разным причинам значение расчётной пусковой концентрации борной кислоты может обладать заметной погрешностью;

— своевременно (не менее чем за 15 мин) прекратить вывод борной кислоты из первого контура;

— обеспечить проверку работоспособности системы измерения токов БИК и боромеров путём сравнения показаний различных датчиков.

В программе МКУ01 алгоритм зарекомендовал себя как надёжное средство обработки экспериментальных данных для определения значения пусковой концентрации борной кислоты на АЭС с ВВЭР-1000 [4]. Однако алгоритм имеет ряд недостатков, например, использование для аппроксимации данных о концентрации борной кислоты линейной регрессии, которая обеспечивает прогнозное время до выхода реактора в критическое состояние порядка 15-40 мин. Хотелось бы увеличить это время, перейдя от линейной регрессии к логарифмической, что более соответствует реальному изменению концентрации борной кислоты в первом контуре. Возможно, такой переход также приведёт к повышению точности определения пусковой концентрации борной кислоты.

Математическая модель

При разработке усовершенствованного алгоритма прогнозирования критических параметров рассматривались следующие процессы:

 — размножение нейтронов фонового источника с учётом изменения формы нейтронного поля при росте интегральной мощности;

— изменение концентрации йода и ксенона за счёт радиоактивного распада;

— изменение концентрации эмиттеров запаздывающих нейтронов;

 динамика перемешивания теплоносителя и дистиллята при изменении положения соответствующих задвижек;

— генерация сигналов боромеров, включая рассмотрение шумов этого прибора;

— генерация сигналов БИК АКНП, включая рассмотрение случайных шумов и ограничение токового сигнала;

— перенос излучения из активной зоны к месту расположения БИК.

Рассмотрение этих процессов показало, что возможно использование упрощённой модели, в которой пренебрегли:

— кинетикой на мгновенных и запаздывающих нейтронах;

— изотопной кинетикой йода и ксенона;

— изменениями фонового источника нейтронов во времени;

— изменениями пространственного распределения нейтронного поля в процессе выхода на МКУ;

— нелинейностью зависимости реактивности от концентрации борной кислоты;

— нелинейностью зависимости тока БИК от плотности потока нейтронов, за исключением аппаратного ограничения тока камеры;

— случайностью шума показаний боромера (его амплитуда не меняется во время выхода в критическое состояние);

— постоянством шума токов ионизационных камер (для заданной камеры).

Новый алгоритм программы МКУ

Изменение концентрации борной кислоты в первом контуре описывается следующими уравнениями:

$$M \frac{dCb(t)}{dt} = (C_{\rm p} - Cb(t))G; \qquad (1)$$

$$Cb(0) = Cb_0, \tag{2}$$

где M — масса теплоносителя первого контура; G — массовый расход подпитки/продувки; Cb(t) — текущая концентрация борной кислоты в первом контуре; C_p — концентрация подпитки — либо ЧК, либо концентрированная борная кислота; Cb(0) — концентрация борной кислоты в первом контуре на начало процесса подпитки/продувки.

Технологический процесс подпитки осуществляется либо ЧК, либо раствором борной кислоты. В обоих случаях концентрация подпитки постоянна. Концентрация борной кислоты в первом контуре на момент завершения подпитки вычисляется из уравнений (1) и (2) и имеет вид

$$Cb(t) =$$

$$= \exp\left(-\frac{G}{M}t\right) \left[-C_{\rm p} + Cb(0) + C_{\rm p} \exp\left(\frac{G}{M}t\right)\right].$$
⁽³⁾

Поскольку в нашем случае концентрация подпитки $C_p = 0$, то из уравнения (3) получим

$$Cb(t) = Cb(0) \exp\left(-\frac{G}{M}t\right)$$
 (4)

или, произведя замену переменных:

$$Cb(t) = Cb(0) \exp(-\omega t), \qquad (5)$$

где ω — оцененная постоянная изменения концентрации борной кислоты.

Произведя логарифмирование, преобразуем уравнение (5) к виду

$$\ln[Cb(t)] = \ln[Cb(0)] - \omega t. \tag{6}$$

Воспользовавшись регрессионным анализом для обработки данных по выходу на МКУ, найдём коэффициенты Cb(0) и ω , которые будут использованы в дальнейшем для проведения оценки критической концентрации борной кислоты.

Теперь рассмотрим связь между мощностью, полученной по показаниям БИК, и концентрацией борной кислоты в первом контуре. Для этого воспользуемся стационарными уравнениями точечной кинетики реактора с обратной связью по концентрации борной кислоты в теплоносителе в подкритическом состоянии

$$0 = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} n + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i C_i + S;$$

$$0 = \frac{\beta_i}{\Lambda} n - \lambda_i C_i;$$

$$\beta = \sum_{i=1}^{m} \beta_i, \ \rho \neq 0,$$
(7)

где n — нейтронная мощность реактора; C_i — концентрация эмиттеров запаздывающих нейтронов группы i; ρ — реактивность; Λ — время жизни мгновенных нейтронов; β_i —

эффективная доля выхода эмиттеров группы i; λ_i — постоянная времени эмиттеров группы i; S — фоновый источник.

Если дополнить систему (7) уравнением для зависимости тока камеры от нейтронной мощности и уравнением для зависимости реактивности от концентрации борной кислоты n = KI:

$$\rho = (Cb(t) - Cb_{k})\alpha; \qquad (8)$$
$$\alpha = \frac{\partial \rho}{\partial Cb(t)},$$

где *I* — измеряемый ток БИК; *К* — чувствительность БИК к нейтронному потоку; *Cb*_k — критическая концентрация борной кислоты в первом контуре, то уравнения (7) примут вид

$$I = -\frac{S\Lambda}{K\alpha(Cb(t) - Cb_{k})}$$
(9)

или, группируя константы:

$$F = \frac{S\Lambda}{K\alpha};$$

$$I = -\frac{F}{Cb(t) - Cb_{t}}.$$
(10)

Поскольку при приближении к критическому состоянию мощность по БИК сильно возрастает (рис. 1), то будет удобнее использовать обратные токи БИК

$$\frac{1}{I} = -\frac{Cb(t) - Cb_{k}}{F} \tag{11}$$

или, снова группируя константы:

$$\frac{1}{I} = A + BCb(t). \tag{12}$$

Коэффициенты *A* и *B* в уравнении (12) находим, производя регрессионный анализ данных о выходе на МКУ (рис. 2). Поскольку мы используем квазистатическое приближение, то будем считать, что критика реализуется, ко-



Рис. 1. Зависимость мощности по БИК от времени в процессе выхода на МКУ



Рис. 2. Зависимость обратной мощности по БИК от концентрации борной кислоты в реакторе в процессе выхода на МКУ

гда мощность по БИК стремится к бесконечности. Из уравнения (12) можем найти критическую концентрацию борной кислоты

$$I \to \infty \Longrightarrow \frac{1}{I} = 0;$$
 (13)

$$A + BCb_{\rm k} = 0; \tag{14}$$

$$Cb_{\rm k} = -\frac{A}{B}.$$
 (15)

Зная критическую концентрацию в первом контуре и используя уравнение (5), можно получить время наступления критики

$$Cb_{k} = Cb(0) \exp(-\omega t); \qquad (16)$$

$$t_{\rm k} = -\frac{\ln[-\frac{A}{BCb(0)}]}{\omega}.$$
 (17)

Стоит отметить, что разработанный алгоритм применим при неизменных положениях органов регулирования, постоянной температуре теплоносителя на входе в активную зону, постоянной доступности экспериментальных данных и таком темпе выхода на МКУ, чтобы можно было пренебречь переходными процессами на запаздывающих нейтронах, также необходимо, чтобы реактор был в разотравленном по ксенону состоянии.

Заключение

Разработанный алгоритм был проверен на эксплуатационных данных АЭС. Проверка показала, что учёт экспоненциальной зависимости изменения концентрации борной кислоты в первом контуре позволяет ускорить время появления прогноза по критической концентра-



Рис. 3. Измеренные и расчётные концентрации борной кислоты во время выхода на МКУ: 1 — концентрация борной кислоты в узле подпитки; 2 — прогнозное значение критической концентрации борной кислоты в реакторе, полученное по программе МКУ01; 3 — прогнозное значение критической концентрации борной кислоты в реакторе, полученное по новому алгоритму; 4 и 5 — текущие значения концентрации борной кислоты в реакторе по показаниям боромеров

ции борной кислоты на 20—30% по сравнению с аналогичным линейным приближением (рис. 3).

Авторы выражают глубокую благодарность В.М. Чапаеву за помощь в подготовке статьи.

Список литературы

1. Аттестационный паспорт программного средства. Программа БИПР-7А. Версия 1.5. Регистрационный номер ПС в ЦЭП № 613 от 31.07.2008. Реги-

страционный номер паспорта аттестации ПС № 214 от 23.09.2008. — М.: Федеральный надзор России по ядерной и радиационной безопасности, 2008.

2. Аттестационный паспорт программного средства. Программа ИР. Версия 1.2. Регистрационный номер ПС в ЦЭП № 516 от 21.02.2002. Регистрационный номер паспорта аттестации ПС № 138 от 21.02.2002. —М.: Федеральный надзор России по ядерной и радиационной безопасности, 2002.

3. Аксенов В.И., Богачек Л.Н., Грубман В.Я., Лупишко А.Н., Киселев С.И., Семенов А.А., Чапаев В.М. Разработка и внедрение на 1 и 2 блоках Калининской АЭС методов контроля подкритического состояния реактора при выводе РУ на МКУ. — В сб.: Материалы 14-й ежегодной конференции ЯО России "Научное обеспечение безопасного использования ядерных энергетических технологий". Удомля, 2003, с. 21—36.

4. Семенов А.А., Чапаев В.М. Алгоритм оценки критической концентрации борной кислоты при выходе на минимальный контролируемый уровень мощности. — В сб.: Материалы 13-го семинара "Нейтроника-2003". Обнинск, 28—30 октября 2003 г.

Контактная информация — Соловьев Денис Алексеевич, ведущий инженер, тел.: 8 (495) 788-56-99, 87-89, e-mail: vulture@inbox.ru, Аль-Шамайлех Ассем исам Абед Аллах, аспирант, тел.: 8 (916) 244-96-36, e-mail: asema7078@gmail.com

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1, с. 56—60.

УДК 621.039.5

Диагностика уменьшения проходного сечения (засорения) водяных коммуникаций ТК РБМК-1000

О.В. Глазков, Н.В. Щукин, А.А. Семенов, Д.А. Соловьев, А.А. Дружаев, НИЯУ МИФИ, 115409, Москва, Каширское ш., д. 31

> Статья поступила в редакцию 06.06.2019 После доработки — 06.06.2019 Принята к публикации 17.03.2020

Обеспечение безопасности и надёжности эксплуатации реакторных установок (РУ) требует проведения непрерывной диагностики их состояния и программных средств поддержки эксплуатации для выявления возможных или случившихся неисправностей (ошибок) на стадии, когда возможно быстрое и лёгкое устранение причины неисправности с минимальным ущербом. Для данных целей была разработана система расчётноэкспериментальной диагностики состояния РУ РБМК-1000 ECRAN 3D (Experimental & Computational Reactor ANalisys). Однако базовый алгоритм диагностики системы ECRAN 3D, основанный на использовании коротких временных очередей без учёта истории, не позволяет проводить диагностику медленно протекающих процессов, таких как уменьшение проходных сечений водяных коммуникаций топливного канала (ТК), которые возможны при эксплуатации РУ. Для решения данной проблемы был разработан новый алгоритм диагностирования на основе машинного обучения с учётом истории изменения теплогидравлических параметров РУ.

Ключевые слова: диагностика, РБМК-1000, засорение водяных коммуникаций ТК, система ECRAN 3D.

Diagnostics of the Coolant Flow Area Communications Reduce (Clogging) in the RBMK-1000 Fuel Channels. O.V. Glazkov, N.V. Shukin, A.A. Semenov, D.A. Solovyov, A.A. Druzhaev, National Research Nuclear University "MEPhI", 31, Kashirskoe sh., Moscow, 115409.

The NPP safety and reliability problem solution requires the use of a continuous diagnostics of the state of the reactor and software support of operation to identify possible or occurred faults (errors) at a stage where it is possible to quickly and easily eliminate the cause of the fault with minimal damage. For this purpose, the system of calculation and experimental diagnostics of the RBMK-1000 state ECRAN 3D (Experimental & Computational Reactor ANalisys) was developed. However, the basic algorithm of ECRAN 3D system diagnostics, based on the use of short time queues without taking into account the history, does not allow for the diagnosis of slow processes, such as coolant communications flow area reducing in fuel channels, which are possible during the operation of the reactor. To solve this problem, it was decided to develop a new diagnostic algorithm based on machine learning, taking into account the history of changes in thermal hydraulic parameters of the reactor.

Key Words: diagnostics, RBMK-1000, clogging of water communications of fuel channels, ECRAN 3D system.

Введение

Система расчётно-измерительной диагностики ECRAN 3D (Experimental & Computational Reactor ANalisys) [1—5] предназначена для проведения диагностики состояния оборудования РБМК-1000. Алгоритмы системы трёхмерной расчётно-экспериментальной диагностики основаны на предположении, что все потенциальные неисправности и нарушения в работе РБМК-1000 могут быть зарегистрированы путём выявления несоответствия между измеренными данными системы внутриреакторного контроля и расчётными данными, полученными с использованием программных средств поддержки эксплуатации ЯЭУ. Система может обнаружить следующие неисправности:

— изменение положения органа регулирования, вызванное выходом из строя исполнительных механизмов привода СУЗ или частичным/полным обрывом секций поглотителя; — ошибки датчиков положения органов СУЗ;

— ошибки в показаниях радиальных и/или высотных внутриреакторных детекторов нейтронного поля;

— ошибки в показаниях датчиков поканального расхода теплоносителя;

— неверная регистрация положений запорно-регулирующих клапанов (ЗРК) при изменении расхода теплоносителя через каналы активной зоны;

— ошибки или запаздывание при передаче данных из информационно-измерительной системы (ИИС) в программный комплекс отдела ядерной безопасности и надёжности.

Все перечисленные ошибки и отказы можно трактовать как возмущения параметров математической модели реакторной установки, порождающие наблюдаемый сигнал рассогласования — расхождение между расчётными и измеренными данными. Система ECRAN 3D позволяет решить следующие важные с точки зрения безопасности, надёжности и экономичности задачи:

— регистрация факта и времени возникновения неисправности;

— локализация возмущения (определение номера канала);

— визуализация поведения параметра, вышедшего за установленные пороги во времени.

В ходе работ, выполнявшихся в 2016 и 2017 гг. [6], была проведена модернизация системы диагностики с целью расширения диагностических возможностей системы, а также снижения количества ошибочной диагностической информации. Данная статья посвящена описанию созданного модуля диагностики изменения проходного сечения водяных коммуникаций топливного канала (ТК), а также модуля диагностики соответствия положения ЗРК текущему значению расхода в ТК.

Модуль диагностики уменьшения проходного сечения (засорения) водяных коммуникаций ТК

В результате долговременной эксплуатации ТК РБМК возможно уменьшение их проходного сечения из-за образования отложений на их внутренней поверхности.

Для восстановления проходного сечения необходимо проводить механическую чистку водяных коммуникаций ТК во время проведения очередного ППР. Засорение ТК можно определить, проводя анализ архивов эксплуатационных параметров энергоблока.

В основу предлагаемой идеи диагностики уменьшения проходного сечения водяных коммуникаций ТК положено предположение о том, что расход теплоносителя через конкретный ТК определяется текущими значениями положения ЗРК и мощности энерговыделения.

Обосновать это предположение можно следующим образом. Расход теплоносителя через конкретный ТК зависит от давления в нижних водяных коммуникациях (НВК), гидравлического сопротивления ТК и его водяных коммуникаций. У каждого ТК и его водяных коммуникаций могут быть различные особенности, которые тем или иным образом влияют на значение коэффициента сопротивления. Мощность энерговыделения ТК оказывает влияние на паросодержание теплоносителя и его расход через ТК. И так как мощность ТК может измениться, то её необходимо учитывать в анализе. Наиболее сильное влияние на гидравлическое сопротивление канала оказывает положение ЗРК.

Расход теплоносителя *G*_{ТК} через конкретный ТК можно представить в виде

$$G_{\rm TK} = f\left(W_{\rm TK}, h_{\rm 3PK}\right) + C, \tag{1}$$

где f — функциональная зависимость, связывающая расход теплоносителя через ТК с мощностью энерговыделения ТК и положением ЗРК ТК; W_{TK} — мощность энерговыделения ТК; $h_{3\text{PK}}$ — положение ЗРК ТК; C — константа.

Расход теплоносителя, рассчитываемый по такой модели, всегда будет иметь различие с результатами реальных измерений. Это различие может быть вызвано случайными факторами, например, погрешностью в измерении расхода теплоносителя. Но могут быть и систематические причины возникновения различия. Например, изменение проходного сечения водяных коммуникаций ТК, приводящее к увеличению гидравлического сопротивления ТК и, как следствие, к уменьшению расхода через ТК. Анализируя разницу измеренного значения расхода и расхода, определённого по формуле (1), можно диагностировать засорение коммуникаций ТК.

Функциональную зависимость f расхода теплоносителя можно аппроксимировать полиномом общего вида от обратного значения положения штока ЗРК и мощности энерговыделения ТК, а неопределённые коэффициенты полинома находить путём анализа истории изменения параметров.

При условии, что процесс изменения проходного сечения ТК достаточно медленный, логично предположить, что в каналах, в которых изменяется проходное сечение, будет наблюдаться линейно нарастающая разница между измеренными и расчётными значениями расхода теплоносителя (линия тренда) и при этом измеренный расход должен уменьшаться со временем. Таким образом, разницу между измеренными и расчётными значениями расхода теплоносителя можно определить как

$$\Delta G_{\rm TK} = kt + b + \varepsilon(t), \qquad (2)$$

где t — параметр, характеризующий время измерения; k — коэффициент углового наклона линии тренда; b — величина сдвига линии тренда; $\varepsilon(t)$ — случайная составляющая ΔG_{TK} .

Таким образом, анализируя отличие от нуля коэффициента углового наклона линии тренда и качество построенной регрессионной модели (насколько близко значение коэффициента детерминации к 1), можно сделать вывод о возможном изменении проходного сечения водяных коммуникаций ТК.

Для нахождения коэффициента углового наклона линии тренда предлагается следующая процедура:

 фиксируется конкретный ТК и временной отрезок с набором архивных данных энергоблока (одна точка в день);

— на этом временном интервале строится линейная регрессионная модель на базе уравнения (1). Функциональный вид зависимости постоянной составляющей расхода представляет собой кубический полином общего вида;

— на этом же временном отрезке с помощью построенной модели рассчитываются значения расхода теплоносителя через ТК;

— строится линейная регрессионная модель разницы между измеренными и рассчитанными значениями расхода теплоносителя на основе уравнения (2) и определяются коэффициент углового наклона линии тренда и коэффициент детерминации регрессионной модели;

— значения коэффициента углового наклона линии тренда и коэффициента детерминации регрессионной модели сравниваются с некоторыми порогами и делается вывод о состоянии проходного сечения водяных коммуникаций ТК.

Такое исследование возможно проводить для каждого ТК. При этом рассматривается очередь состояний РУ фиксированного размера, т.е. при добавлении новой временной точки из очереди отбрасывается первая (самая "старая") временная точка.

Тестирование модуля диагностики уменьшения проходного сечения водяных коммуникаций ТК

Тестирование модуля проводилось на архивных данных эксплуатационных параметров первого энергоблока Курской АЭС с 31 марта по 31 декабря 2016 г.

В предложенном алгоритме есть три важных параметра, которые необходимо определить перед его применением.

Первый параметр — длина очереди анализируемых состояний. Анализируемая временная очередь должна содержать состояния, по крайней мере, за несколько месяцев. В текущей реализации модуля этот параметр был выбран равным 150 дням. Как показало проведённое тестирование, на временных отрезках такой длины удаётся определять тренды в графиках изменения разницы измеренного и расчётного значений расхода теплоносителя через ТК. Второй параметр — пороговое значение углового наклона линии тренда k, при превышении которого диагностируется изменение проходного сечения ТК. Этот параметр выбирался из соображения, что каналов, в которых происходит изменение проходного сечения водяных коммуникаций, должно быть достаточно малое количество. В текущей реализации алгоритма этот параметр равен -3/150. Это значение можно интерпретировать следующим образом: разница расходов в последней (150-й) временной точке больше, чем разница расходов в первой временной точке на 3 м³/ч.

Третий параметр — пороговое значение коэффициента детерминации α_{lim} . Значение коэффициента детерминации α находится в пределах от 0 до 1 и говорит о качестве построенной регрессионной модели. Чем его значение ближе к 1, тем большую часть исходной дисперсии предсказываемого параметра описывает данная модель. В текущей реализации алгоритма данное пороговое значение принято равным $\alpha_{lim} = 0,6$.

При анализе архивных данных было зафиксировано 24 события превышения коэффициента углового наклона линии тренда над установленным пределом.

На рис. 1 показана визуализация эксплуатационных параметров и параметров алгоритма. На этом рисунке на фоне случайного шума виден чёткий линейный тренд разниц расхода в ТК. Для данного линейного тренда были получены значения коэффициентов углового наклона k = -3,125/150 и детерминации регрессионной модели $\alpha = 0,845$.

Модуль диагностики несоответствия текущего положения ЗРК показанию расходомера в ТК

Модуль диагностики уменьшения проходного сечения водяных коммуникаций ТК основан на использовании временной очереди для построения регрессионной модели. Данный способ диагностирования удобен в случае, если необходимо обнаружить процесс уменьшения проходного сечения на ранней стадии и определить скорость изменения сечения. Однако в случае уже имеющегося "засорённого" ТК, в котором расход не изменяется или слабо изменяется со временем, или в случае необходимости быстрой диагностики без использования исторических данных подобный метод неприменим.

Помимо диагностики изменения проходного сечения водяных коммуникаций ТК,



Рис. 1. Визуализация эксплуатационных параметров и параметров алгоритма для ТК 6736: 1 — расход в ТК, рассчитанный по регрессионной модели; 2 — измеренный расход в ТК; 3 — положение штока ЗРК; 4 — мощность энерговыделения ТК; 5 — линия тренда разницы измеренного и расчётного значений расхода теплоносителя в ТК; 6 — разница измеренного и расчётного значений расхода теплоносителя в ТК

существует задача диагностики показаний расходомера и значений положения ЗРК в ИИС. Стандартный алгоритм диагностики показаний расходомеров и значений положения ЗРК в ИИС, реализованный в системе диагностики ECRAN 3D, основан на наблюдении за изменением перепада давления между нижними водяными коммуникациями (НВК) и барабаномсепаратором (БС) [2]:

$$\Delta P_d = P_{\rm BC} - (\Delta P_{\rm TK} + \Delta P_{\rm 3PK} + P_{\rm HBK}), \qquad (3)$$

где ΔP_d — изменение перепада давления, в котором отражены все неучтённые перепады и погрешности для выбранного ТК; $P_{\rm EC}$ — давление в БС; $\Delta P_{\rm TK}$ — перепад давления на ТК; $\Delta P_{\rm 3PK}$ — перепад давления на ЗРК; $P_{\rm HBK}$ — давление в НВК.

В случае штатной работы расходомеров и отсутствия ошибок в положении ЗРК (в том числе в записях в ИИС) добавочный перепад давления с учётом случайного шума и отсутствия переходных процессов в первом контуре остаётся равным постоянной величине. Стандартный алгоритм ECRAN 3D использует фильтр скользящего среднего, который подразумевает накопление двух временных очередей размерностью 40 мин каждая. В случае возникновения несоответствия положения ЗРК, записанного в ИИС, и показаний расходомера (что соответствует ошибке записи в ИИС значений положения ЗРК или неисправности расходомера) одна из временных очередей будет содержать выбивающиеся значения ΔP_d , которые после усреднения и вычисления разницы между временными очередями вызовут существенное изменение значения невязки и превышение ею установленных порогов. Данная модель диагностики является эффективной и по результатам работы системы ECRAN 3D на втором блоке Смоленской АЭС позволила зарегистрировать случаи несоответствия показаний расходомера и положения ЗРК, а применение фильтра скользящего среднего позволяет увеличить отношение амплитуды полезного сигнала к уровню шума.

Однако в случае возникновения неисправности до процедуры заполнения временных очередей обе временные очереди после процедуры накопления информации будут полностью заполнены данными, содержащими неверные значения параметров РУ. Следовательно, разница между двумя временными очередями окажется на аналогичном уровне, как и в случае отсутствия неисправности. Например, данная ситуация может произойти во время перегрузки, когда временные очереди "очищаются", а система диагностики находится в режиме ожидания окончания перегрузки.



Рис. 2. Срабатывание системы диагностики в ТК 1760 КАЭС-3 по каналу несоответствия положения ЗРК и расхода теплоносителя через ТК: 1 — облако точек соответствия расхода через ТК положению ЗРК; 2 — выпадающее значение расхода

Кроме того, долговременные процессы, такие как уменьшение проходного сечения канала в результате засорения, не могут быть обнаружены с помощью стандартных фильтров системы диагностики из-за длительного времени формирования засорения по сравнению со временем обработки данных системой диагностики.

Исходя из этого, было принято решение разработать модуль, проводящий диагностику соответствия положения ЗРК текущим показаниям расходомера без привлечения временных очередей. Диагностирование осуществляется методом сравнения расчётного и измеренныго значения расходов. Если разница между данными величинами больше стандартного отклонения расхода, то считается, что измеренный расход не соответствует положению ЗРК или мощности в ТК.

После получения данных о текущих значениях расходов, положениях ЗРК и мощностей в каждом ТК методом наименьших квадратов рассчитываются коэффициенты полинома третьей степени, аппроксимирующего зависимость расхода от положения ЗРК и от мощности ТК:

$$G_{i}^{\text{pacy}}(h_{i}, W_{i}) = \alpha_{1}h_{i}^{3} + \alpha_{2}h_{i}^{2} + \alpha_{3}h_{i} + \beta W_{i} + C, \quad (4)$$

где $G_i^{\text{расч}}$ — аппроксимированное значение расхода в *i*-м ТК; h_i — положение штока ЗРК *i*-го канала; W_i — мощность *i*-го канала; α_1 , α_2 , α_3 , β , C — коэффициенты аппроксимации; *i* — номер ТК.

После нахождения коэффициентов по полученной формуле находится расчётный расход, в котором отражены общие, присущие всем ТК зависимости расхода от положения ЗРК и мощности ТК. Формула (4) не позволяет учесть индивидуальные особенности ТК, что приводит к отклонению расчётного значения $G_i(h_i, W_i)$ от измеренного, которое будет тем сильнее, чем больше индивидуальных особенностей в характеристиках ТК. Допуская приближение, что для всех ТК зависимость $G_i(h_i, W_i)$ должна быть одинаковой при нормальном режиме эксплуатации РУ, отклонение расчётного расхода от измеренного свидетельствует о несоответствии положения ЗРК или мощности ТК показаниям расходомера или о засорении ТК. Критерий несоответствия отображён в формуле

$$G_{i}^{\text{расч}} - G_{\text{std}}^{\text{изм}} \leq G_{i}^{\text{изм}} \leq G_{i}^{\text{расч}} + G_{\text{std}}^{\text{изм}},$$
 (5)
где $G_{i}^{\text{изм}}$ — измеренное значение расхода в *i*-м

ТК; $G_{\rm std}^{_{\rm H3M}}$ — стандартное отклонение измеренных значений расхода по всем ТК.

Пример зарегистрированного случая несоответствия положения ЗРК текущему показанию расходомера приведён на рис. 2. При этом один ТК имеет явно выпадающее из общей зависимости $G_i(h_i, W_i)$ значение расхода, что можно объяснить либо несоответствием текущего положения ЗРК положению, занесённому в ИИС, либо неисправностью расходомера, либо уменьшением проходного сечения ТК.

Заключение

Алгоритм разработанного модуля диагностики уменьшения проходного сечения водяных коммуникаций ТК позволяет обнаружить процесс засорения ТК. Однако для повышения точности диагностики модуль требует предварительной настройки параметров: длины временной очереди, угла наклона линии тренда, коэффициента детерминации. На основе данных, полученных на первом энергоблоке Курской АЭС с 31 марта по 31 декабря 2016 г., была проведена предварительная настройка параметров. Для выполнения оценки точности диагностирования и уточнения настроечных параметров необходимы данные опытно-промышленной эксплуатации и детальная информация о фактах засорения водяных коммуникаций ТК.

Модуль диагностики несоответствия значения положения ЗРК показаниям расходомера позволяет проводить диагностику неисправности расходомера, наличия неверного значения положения ЗРК в ИИС, а также случаев засорения ТК. В ходе проверки работоспособности модуля на основе архивных данных были обнаружены случаи недостоверного значения ЗРК в ИИС. Данный модуль дополняет стандартную диагностику системы ECRAN 3D, проводимую посредством анализа изменений добавочного перепада давления, и модуль диагностики уменьшения проходного сечения.

Список литературы

1. Соловьев Д.А., Щукин Н.В., Семенов А.А. и др. Система пространственно-временной диагностики состояния активной зоны ECRAN 3D. — ВАНТ. Сер. Физика и техника ядерных реакторов, 2012, вып. 4, с. 68—77.

2. Соловьев Д.А. Система расчетно-экспериментальной диагностики состояния активной зоны ECRAN 3D. Дис. на соискание ученой степени канд. техн. наук. 05.14.03. НИЯУ МИФИ, Москва, 2012.

3. Соловьев Д.А., Щукин Н.В., Семенов А.А. и др. Система расчетно-измерительной диагностики для РБМК-1000. — В сб.: Труды Девятой международной научно-технической конференции "Безопасность, эффективность и экономика атомной энергетики (МНТК-2014)". Россия, 2014.

4. Соловьев Д.А., Щукин Н.В., Семенов А.А. и др. Система расчетно-экспериментальной диагностики ECRAN 3D. — В сб.: Труды Межведомственного XXV семинара "Нейтронно-физические проблемы атомной энергетики (Нейтроника-2014)". Россия, 2014.

5. *Глазков О.В., Соловьев Д.А., Щукин Н.В. и др.* Система расчетно-измерительной диагностики для РБМК-1000. — Атомная энергия, 2015, вып. 4, с. 199—202.

6. *Глазков О.В.* Система расчетно-экспериментальной диагностики ECRAN 3D. — В сб.: Труды Международной конференции по физике ядерных реакторов (ВОЛГА-2016). Россия, 2016.

Контактная информация — Глазков Олег Вячеславович, инженер, тел.: +7(926) 657-75-95, e-mail: o.v.glazkov@yandex.ru, Соловьев Денис Алексеевич, ведущий инженер, тел: +7 (926) 576-72-36, e-mail: vulture@inbox.ru

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1, с. 61—66.

УДК 621.039.5

Сравнительные параметры газоохлаждаемых реакторов космического назначения с диоксидным и карбонитридным топливом

А.С. Каминский, Т.А. Турбина, Э.Г. Гордеев, В.А. Павшук, НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1

Статья поступила в редакцию 14.11.2019 После доработки — 22.02.2020 Принята к публикации 17.03.2020

Рассмотрена конструктивная схема высокотемпературного газоохлаждаемого реактора космического назначения на основе карбонитридного топлива. Предложена композиция реактора модульного типа, что оказывается возможным за счёт значительно большего коэффициента теплопроводности карбонитридного топлива по сравнению с топливом из диоксида урана. Определены возможные размерности модуля твэла. Исследованы нейтронно-физические характеристики реактора с модульной структурой активной зоны и выполнено их сравнение с характеристиками реактора с моноблочной структурой активной зоны.

Ключевые слова: реактор космического назначения, карбонитридное топливо, модульная структура активной зоны, безопасность.

Comparative Parameters of Space Gas-Cooled Reactors with Dioxide and Carbonitride Fuel. A.S. Kaminskiy, T.A. Turbina, E.G. Gordeev, V.A. Pavshuk, NRC "Kurchatov Institute", 1, Akademika Kurchatova sq., Moscow, 123182.

A design concept of the space high-temperature gas-cooled reactor on the basis of carbonitride fuel is considered. Composition of a modular reactor is proposed. It is possible due to a considerably higher coefficient of thermal conductivity of carbonitride fuel in comparison with uranium dioxide fuel. Possible dimensionality of the fuel element module is determined. The neutron-physical characteristics of a reactor with the modular structure of the core are investigated and their comparison with the characteristics of a reactor with the monoblock structure of the core is executed.

Key Words: space reactor, carbonitride fuel, modular structure of core, safety.

В большинстве ядерных реакторов АЭС и некоторых реакторах космического назначения для изготовления твэлов использовалось топливо из диоксида урана, или иначе — диоксидное топливо (ДОТ) [1—3]. Во второй половине 1980-х гг. в ФГУП "НИИ НПО "ЛУЧ" синтезирован ряд перспективных топливных материалов, в том числе циркониевый карбонитрид урана U—Zr—C—N, или карбонитридное топливо (КНТ) [4—6]. В [5] отмечено, что "КНТ практически по всем теплофизическим параметрам превосходит диоксид урана, проигрывая ему по психологической привычности и объёму реакторных исследований".

Ранее в работе [7] представлены результаисследований нейтроннорасчётных ты физических характеристик альтернативных схемно-конструктивных решений малогабаритного высокотемпературного газоохлаждаемого реактора с ДОТ-твэлами для обеспечения безопасности в штатных и аварийных ситуациях и предложено исследовать возможности построения активной зоны реактора космической ядерной энергетической установки с применением КНТ вместо ДОТ.

КНТ по сравнению с ДОТ имеет значительно большую теплопроводность и более высокое содержание урана [5, 6]. Эти свойства КНТ являются предпосылкой для увеличения характерного поперечного размера твэлов и соответственно уменьшения их количества в реакторе, что позволяет рассмотреть возможность построения активной зоны из модулей (ТВС, кассет), содержащих малое количество твэлов (в пределе — из одиночного твэла). Идея модульного построения конструкции лежит в основе оригинальной отечественной концепции создания реакторов космического назначения (в частности, ЯРД), достаточно хорошо обоснована теоретически и экспериментально [8]. Этот подход обеспечивает автономную отработку ТВС на заданные параметры, ресурс и надёжность, улучшает управляемость и диагностируемость состояния реактора. Кроме того, для каждой ТВС обеспечивается возможность реализации предварительного гидравлического профилирования активной зоны — создания необходимого распределения расхода рабочего тела по радиусу реактора для минимизации возможных температурных неравномерностей.

В качестве базового рассмотрим реактор с ДОТ-твэлами, скомпонованными в виде монозоны (рис. 1) [7]. Основные параметры этого



Рис. 1. Поперечное сечение расчётной схемы на уровне середины активной зоны монозонного реактора с твэлами на основе диоксида урана: *1* — твэл; 2 — РО СУЗ; *3* — дополнительный поглотитель; *4* — отражатель

реактора взяты в качестве опорных для рассматриваемого реактора с КНТ-твэлами. Принятые для исследования композиции реактора с КНТ показаны на рис. 2 (вариант А) и рис. 3 (вариант Б).

Вариант А содержит в активной зоне четыре ряда шестигранных каналов. Характерной особенностью этой расчётной схемы являются унифицированные геометрические параметры



Рис. 2. Поперечное сечение расчётной схемы реактора (вариант А): *1.1, 1.2* — РО СУЗ; *2, 3, 4.1, 4.2* — ТВС; *5* — отражатель; *6* — молибденовый вытеснитель



Рис. 3. Поперечное сечение расчётной схемы реактора (вариант Б): *1.1*, *1.2* — РО СУЗ; *2*, *3*, *4.1*, *4.2* — ТВС; *5* — отражатель

ТВС и РО СУЗ. ТВС состоит из шестигранного оболочкового твэла, зазора для прохода теплоносителя и внешнего корпуса. Свободное пространство между внешними ТВС и обечайкой активной зоны заполнено вытеснителем (молибденом), являющимся внутренним отражателем. В варианте Б ТВС внешнего ряда за счёт нестандартной геометрии обеспечивают компоновку цилиндрической активной зоны без вытеснителя.

Снаружи обечайки активной зоны размещён бериллиевый отражатель, за которым располагается корпус реактора. Аксиальная структура реактора с КНТ аналогична таковой для реактора с ДОТ-топливом.

Геометрические параметры ТВС выбирались исходя из условий сохранения мощности реактора, типа и расхода теплоносителя и близости к теплогидравлическому состоянию активной зоны реактора с ДОТ, в частности, разности температур между центром и поверхностью твэла, между поверхностью твэла и теплоносителем, гидравлических потерь. При разработке реальной конструкции возможно уточнение размеров и формы твэла и ТВС.

Методический подход при исследовании реактора с КНТ аналогичен использованному в [7] и базируется на проведении многовариантных расчётов с помощью комплекса программ на основе метода Монте-Карло [9]. Для достижения результатов, приемлемых с точки зрения обеспечения безопасности и необходимой энерговыработки, варьировались различные конструктивные параметры реактора. На рис. 4 и 5 представлены наиболее характерные зависимости, отражающие влияние этих параметров на безопасность и длительность кампании реактора, такие как поперечный размер активной зоны и толщина бокового бериллиевого отражателя (вариант Б).

Необходимо отметить высокую чувствительность $K_{3\phi}$ к изменению радиуса активной зоны и толщины отражателя в реакторе с КНТ. Так, например, для варианта Б при изменении радиуса активной зоны на ~1 см начальный запас реактивности меняется почти на 5%, а с увеличением толщины отражателя от 7 до 13 см увеличивается на ~10%. В случае аварийной ситуации и аналогичных изменений тех же конструктивных параметров (при этом РО СУЗ введены в активную зону) подкритичность реактора изменяется от 0,91 до 0,95 и от 0,94 до 0,97 соответственно.

Приведём оценки параметров для выбранных композиций реактора с КНТ в штатных и



Рис. 4. Зависимость *К*_{эф} от радиуса активной зоны (вариант Б, толщина отражателя 10 см): ◆ — начальный запас реактивности (РО СУЗ выведены); ■ — подкритичность реактора в аварийной ситуации при попадании реактора в водородосодержащую среду (РО СУЗ введены)



Рис. 5. Зависимость *К*_{эф} от толщины отражателя (вариант Б, радиус активной зоны 16,4 см): ◆ — начальный запас реактивности (РО СУЗ выведены); ■ — подкритичность реактора в аварийной ситуации при попадании реактора в водородосодержащую среду (РО СУЗ введены)

аварийных ситуациях. Результаты расчётов эффективного коэффициента размножения нейтронов для различных состояний реактора сведены в табл. 1.

Для рассмотренных вариантов эффекты реактивности отличаются незначительно, причём эффективность РО СУЗ в штатном режиме и в аварийной ситуации при заливе реактора водородосодержащей средой находится в пределах ~22—25%, положительный эффект реактивности при заливе реактора водородосодержащей средой составляет ~12%.

Габлица 1. Значения эффективного
коэффициента размножения нейтронов
в различных состояниях реактора

Corroquue peaktopa	$K_{ m o \phi}$		
Состояние реактора	Вариант А	Вариант Б	
РО СУЗ извлечены	1,073	1,069	
из реактора			
РО СУЗ введены в	0,87	0,86	
активную зону			
РО СУЗ извлечены	1,24	1,23	
из реактора, залитого			
водородосодержащей			
средой			
РО СУЗ введены в	0,95	0,94	
активную зону реак-			
тора, залитого водо-			
родосодержащей			
средой			

Для композиций реактора на рис. 6 (вариант А) и рис. 7 (вариант Б) показано относительное распределение среднего удельного энерговыделения по ТВС. Можно отметить близость значений среднего удельного энерговыделения по ТВС, в частности, из-за смягчения спектра нейтронов на периферии активной зоны.

Изменение $K_{3\phi}$ при увеличении энерговыработки представлено на рис. 8. Необходимый запас реактивности в конце кампании принят ~2% для компенсации таких составляющих, как отрицательный температурный эффект реактивности, запасы реактивности на управление реактором, технологические отклонения, погрешности расчётов, обеспечение работоспособности при отказе одного СУЗ.



Рис. 6. Относительное распределение среднего удельного энерговыделения по ТВС (вариант А)



Рис. 7. Относительное распределение среднего удельного энерговыделения по ТВС (вариант Б)



Рис. 8. Зависимость К_{эф} от энерговыработки

По результатам комплексных расчётов были определены оптимальные с точки зрения сбалансированности нейтронно-физических характеристик размеры поперечного сечения твэла (размер под ключ шестигранника ТВС ~5 см) и эффективной толщины (из условия сохранения площади) бокового бериллиевого отражателя (~10—11 см).

В табл. 2 сведены сравнительные данные основных параметров реактора с ДОТ-твэлами и моноблочной структурой активной зоны и рассмотренных вариантов реактора с модульной структурой активной зоны с КНТ-твэлами. Приведённые в табл. 2 значения иллюстрируют принципиальные возможности вариации физических и массогабаритных характеристик рассмотренных композиций реакторов и могут быть изменены согласно требуемым техническим условиям.

Можно констатировать, что переход от моноблочной структуры активной зоны с ДОТ к модульной структуре активной зоны с КНТ и принятые схемно-конструктивные решения позволяют повысить безопасность и улучшить параметры реактора, в частности:

 — обеспечиваются более широкие возможности для управления процессами в активной зоне и диагностирования её состояния;

 — упрощается отработка элементов и узлов;
 — снижаются объём топлива, загрузка урана, уменьшается диаметр реактора;

— уменьшается количество РО СУЗ с 13 до 7;

 не требуется дополнительная постановка поглотителя нейтронов в реактор для компенсации положительного водородного эффекта реактивности в аварийной ситуации.

Список литературы

1. *Самойлов А.Г.* Тепловыделяющие элементы ядерных реакторов. — М.: Энергоатомиздат, 1985.

Параметр	Моноблочная	Модульная структура АЗ	
парамотр	структура АЗ	Вариант А	Вариант Б
Наружный диаметр реактора, см	68,0	59,6	55,0
Масса урана-235, кг	231	155	173
Количество РО СУЗ	13	7	7
<i>К</i> _{эф} для исходного состояния реактора, РО СУЗ выве-	1,05	1,07	1,07
дены			
<i>К</i> _{эф} для исходного состояния реактора, РО СУЗ введены	0,91	0,87	0,86
<i>К</i> _{эф} для исходного состояния залитого водой реактора,	0,97	0,95	0,94
РО СУЗ введены			
Реактивностный эффект залива реактора водой, %	12	13	12
Эффективность РО СУЗ, %	15	22	22
Эффективность РО СУЗ залитого водой реактора, %	20	25	25
Энерговыработка, МВт сут	9000	11 000	11 000

Таблица 2. Основные параметры реакторов

2. *Машиностроение* ядерной техники. Энциклопедия. Т. IV-25, кн. 2, гл. 6.2. — М.: Машиностроение, 2005.

3. *Марахтанов М.К.* Электроракетные двигатели и энергоустановки летательных аппаратов. — Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение (спецвыпуск Ионно-плазменные технологии), 2011, с. 14—20.

4. **Федик И.И., Денискин В.П., Дьяков Е.К., Тухва***тулин Ш.Т., Кенжин Е.А., Гагарин А.Е.* Совместная отработка и производство перспективного ядерного топлива в Казахстане. — В сб.: Доклады конференции "Ядерная энергетика Республики Казахстан". Курчатов, ВКО, Республика Казахстан, 3— 5 сентября 2007 г.

5. **Федик И.И., Дьяков Е.К., Денискин В.П., Черни**ков А.С., Тухватулин Ш.Т. Работы по созданию перспективного ядерного топлива в НИИ НПО "ЛУЧ". http://flatik.ru/raboti-po-sozdaniyu-perspektivnogo-yadernogo-topliva-v-nii-npo (2019).

6. *Алексеев С.В.*, *Зайцев В.А.* Нитридное топливо для ядерной энергетики. — М.: Техносфера, 2013.

7. *Каминский А.С., Турбина Т.А., Гордеев Э.Г.* Влияние схемных решений на безопасность и параметры малогабаритных высокотемпературных газоохлаждаемых реакторов. — ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2018, вып. 5, с. 18—23.

8. Конюхов Г.В., Каминский А.С., Гордеев Э.Г., Конюхов В.Г., Павшук В.А. Высокотемпературные газоохлаждаемые ядерные реакторы в космической энергетике. — М.: Янус-К, 2017. 224 с.

9. Гомин Е.А., Гуревич М.И., Майоров Л.В., Марин С.В. Описание применения и инструкция для пользователя программой MCU-RFFI расчёта методом Монте-Карло нейтронно-физических характеристик ядерных реакторов: Препринт ИАЭ-5837. — М., 1994.

> Контактная информация— Каминский Альберт Сергеевич, начальник отдела, тел.: 8 (499) 196-94-43, e-mail: Kaminskiy_AS@nrcki.ru.

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1, с. 67—71.

УДК 621.039.531

Анализ охрупчивания материалов корпусов ВВЭР-440 при облучении до высоких флюенсов

А.А. Чернобаева, Д.Ю. Ерак, К.И. Медведев,

НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1

Статья поступила в редакцию 02.09.2019 После доработки — 23.02.2020 Принята к публикации 17.03.2020

Представлены результаты анализа данных по исследованию радиационного охрупчивания металла сварных швов ВВЭР-440 (изменение свойств, микроструктуры и состава твёрдого раствора). Рассмотрена база данных по радиационному охрупчиванию материалов корпусов ВВЭР-440 в каналах для образцов-свидетелей, описаны принципы анализа базы данных. Выявлено влияние химических элементов на радиационное охрупчивание в разных диапазонах флюенсов быстрых нейтронов. Предложена зависимость содержания меди в твёрдом растворе от накопленного флюенса быстрых нейтронов. Результатом работы является аналитическая модель радиационного охрупчивания металла сварных швов корпусов реакторов ВВЭР-440, учитывающая особенности радиационного охрупчивания в разных диапазонах флюенсов быстрых нейтронов и микроструктурные изменения материалов. Предлагаемая модель хорошо описывает экспериментальные значения и применима для широкого диапазона содержания меди и фосфора в составе металла сварного шва.

Ключевые слова: металл сварного шва, радиационное охрупчивание, критическая температура хрупкости, сдвиг критической температуры хрупкости, материалы корпусов ВВЭР-440, радиационно индуцированные преципитаты, содержание меди в твёрдом растворе, флюенс быстрых нейтронов, механизм охрупчивания.

Analysis of VVER-440 Materials Embrittlement Under High Fluences Irradiation. A.A. Chernobaeva, D.Yu. Erak, K.I. Medvedev, NRC «Kurchatov Institute», 1, Akademika Kurchatova sk., Moscow, 123182.

The results of the data analysis of a radiation embrittlement research for the weld metal of WWER-440 (mechanical characteristics, microstructure and composition of solid solution) are presented. The database on radiation embrittlement for VVER-440 materials in channels for surveillance specimens is considered, the principles of the database analysis are described. Influence of chemical elements on radiation embrittlement in the different ranges of fast neutron fluences is revealed. The dependence of copper content in solid solution from fast neutron fluence is offered. Result of work is analytical model of radiation embrittlement for VVER-440 RPV weld metal considering features of radiation embrittlement in the different ranges of fast neutron fluences and microstructural changes in material. The suggested model describes experimental values well and it is applicable for the broad range of copper and phosphorus content in weld metal.

Key Words: weld metal, radiation embrittlement, ductile-to-brittle transition temperature, transition temperature shift, WWER-440 RPV materials, radiation induced precipitates, copper content in solid solution, fast neutron fluence, embrittlement mechanism.

Введение

За последние 30 лет накоплены данные по радиационному охрупчиванию материалов корпусов реакторов ВВЭР-440. Кроме того, появились результаты микроструктурных исследований [1—16], которые приближают к пониманию процессов, происходящих в металле под облучением. База данных по радиационному охрупчиванию материалов корпусов ВВЭР-440 в каналах для образцов-свидетелей содержит информацию о 25 материалах и насчитывает 150 экспериментальных точек.

В настоящей работе выполнен анализ базы данных по радиационному охрупчиванию металла сварных швов корпусов ВВЭР-440 в каналах для образцов-свидетелей. Наличие данных механических испытаний и структурных исследований материалов корпусов ВВЭР-440 позволило разработать аналитическую зависимость изменения критической температуры хрупкости от флюенса, учитывающую структурные изменения в процессе облучения.

В данной статье вся информация относится к охрупчиванию при первичном радиационном облучении.

База данных радиационного охрупчивания металла сварных швов **BB**ЭР-440

Имеющаяся база данных по радиационному охрупчиванию материалов корпусов ВВЭР-440 включает результаты, полученные после облучения в каналах для образцов-свидетелей, и содержит информацию о химическом составе, значениях критической температуры хрупкости T_{κ} и флюенсах быстрых нейтронов. Данные по первичному облучению металла сварных швов
ВВЭР-440 относятся к диапазону флюенса $(30-1700)10^{22}$ м⁻² (E > 0,5 МэВ). Содержание фосфора и меди составляет 0,011-0,051 и 0,04-0,24% соответственно. Все образцы облучены при температуре 270 °С.

Характеристики базы данных по радиационному охрупчиванию металла сварных швов корпусов реакторов ВВЭР-440:

Число материалов в базе данных	.15
Содержание фосфора, % вес	0,011-0,051
Содержание меди, % вес	0,04—0,24
Температура облучения, °С	270
Плотность потока быстрых нейтрон	юв
энергией ≥0,5 МэВ, м ⁻² ·с ⁻¹	(25,2-48)1015
Флюенс быстрых нейтронов	
энергией ≥0,5 МэВ, м ⁻²	$(37-544)10^{22}$

На рис. 1 представлено изменение критической температуры хрупкости металла сварных швов корпусов ВВЭР-440 с различным содержанием фосфора и меди в диапазоне флюенса (30—600)10²² м⁻², на рис. 2 — содержание меди и фосфора для экспериментальных данных, представленных на рис. 1.

Коэффициент корреляции концентраций фосфора и меди в базе данных металла сварных швов составляет 0,70. Эта величина значима для выборки из 20 элементов на 5%-ном уровне. Высокая степень корреляции концентраций меди и фосфора затрудняет выявление отдельно вклада фосфора и меди в радиационное охрупчивание металла сварных швов ВВЭР-440.

Экспериментальные результаты на рис. 1 относятся к сварным швам с различным хими-



Рис. 1. Критическая температура хрупкости в зависимости от флюенса быстрых нейтронов при первичном облучении металла сварных швов в каналах образцов-свидетелей. Разным обозначениям соответствуют материалы с различными содержаниями меди и фосфора (содержание Р в диапазоне 0,012— 0,051%, Си в диапазоне 0,04—0,24%). Диапазоны флюенсов: $1 - (50-60)10^{22}$, $2 - (90-120)10^{22}$, $3 - (390-490)10^{22}$ м⁻² (E > 0,5 МэВ)



Рис. 2. Содержание фосфора и меди в базе данных металла сварных швов ВВЭР-440

ческим составом и разной дозой облучения в широком диапазоне флюенсов. При фиксированном значении температуры облучения на величину сдвига критической температуры хрупкости оказывают влияние как минимум три фактора: содержание меди, фосфора и флюенс. Для выявления закономерностей необходимо уменьшить число влияющих факторов.

Для того чтобы выявить тенденции во влиянии химического состава на радиационное охрупчивание в разных диапазонах флюенса, были сформированы три группы данных, находящихся в трёх диапазонах флюенса (см. рис. 1): $(50-60)10^{22}$, $(90-120)10^{22}$ и $(390-490)10^{22}$ м⁻² (E > 0,5 МэВ). Было принято допущение о том, что в каждом из выделенных диапазонов влияние флюенса несущественно. Анализ показал, что влияние химического состава на радиационное охрупчивание различно в различных диапазонах флюенса.

На рис. 3 представлено изменение критической температуры металла сварных швов, облучённых до флюенса (50—60)10²² м⁻², в зависимости от содержания фосфора и меди. Зависимость сдвига критической температуры хрупкости ΔT_{κ} от содержания фосфора и меди в диапазоне флюенса (50-60)10²² м⁻² (Е > 0,5 МэВ) имеет достаточно сложный характер. Поскольку по результатам структурных исследований атомы фосфора и меди в выделениях всегда обнаруживаются одновременно [3, 4, 14, 17], можно предположить, что существует взаимное влияние фосфора и меди на радиационное охрупчивание, которое можно характеризовать произведением концентраций фосфора и меди. Коэффициент корреляции ΔT_{κ} и произведения концентраций Cu×P выше (0,96), чем для Си и Р по отдельности (0,88 и 0,84 соответственно). Это можно рассматривать



Рис. 3. Сдвиг критической температуры хрупкости в диапазоне (50—60) 10^{22} м⁻² в зависимости от содержания фосфора (*a*) и меди (б)

как один из аргументов в пользу предположения о взаимном влиянии фосфора и меди на радиационное охрупчивание. На рис. 4 показана зависимость $\Delta T_{\rm k}$ от произведения Cu×P.

В диапазоне флюенса (50—60)10²² м⁻² влияние фосфора и меди удовлетворительно описывается линейной зависимостью от произведения их концентраций.

Поскольку состав радиационно-В индуцированных выделений, помимо атомов меди и фосфора, входят атомы кремния (Si) и марганца (Mn), был проведён анализ их влияния на радиационное охрупчивание. Зависимость ΔT_{κ} от содержания Si не выявлена во всех диапазонах флюенса. В диапазоне флюенса $(50-60)10^{22}$ м⁻² зависимость $\Delta T_{\rm K}$ от содержания Мп не выявлена. В диапазонах флюенса (90-120)10²² и (390—490)10²² м⁻² (*E* > 0,5 МэВ) анализ показал корреляцию содержания Р и ΔT_{κ} , а также оказалась значимой корреляция содержания Mn и ΔT_{κ} в диапазоне флюенса (390—



Рис. 4. Сдвиг критической температуры хрупкости в диапазоне (50—60) 10^{22} м⁻² (E > 0,5 МэВ) в зависимости от произведения концентрации фосфора и меди

490) 10^{22} м⁻² (E > 0,5 МэВ). На рис. 5 и 6 представлены данные ΔT_{κ} в зависимости от содержания фосфора и марганца.



Рис. 5. Сдвиг критической температуры хрупкости в диапазонах флюенса (90—120) 10^{22} (•) и (390—490) 10^{22} м⁻² (•) (E > 0,5 МэВ) в зависимости от содержания фосфора



Рис. 6. Сдвиг критической температуры хрупкости в диапазонах флюенса (90—120) 10^{22} (•) и (390—490) 10^{22} м⁻² (•) (E > 0,5 МэВ) в зависимости от содержания марганца

В таблице представлены значения коэффициентов корреляции сдвига критической температуры хрупкости и концентраций фосфора, марганца, меди и кремния для диапазонов флюенса (90—120) 10^{22} и (390—490) 10^{22} м⁻² (E > 0.5 МэВ).

Поскольку массив данных, для которых определяется коэффициент корреляции, всегда ограничен числом материалов или экспериментов, высокое абсолютное значение выбороч-(для данной группы) коэффициента ного корреляции является необходимым, но недостаточным условием наличия связи между влияющими факторами. Для выявления связи необходимо провести тестирование гипотезы о равенстве нулю коэффициентов корреляции между содержанием химического элемента и значением ΔT_{κ} . Для этого используется проверочная статистика

$$t = R(n-2)^{0.5} (1-R^2)^{-0.5},$$

где *R* — выборочный коэффициент корреляции; *n* — число наблюдений [18].

Известно, что при нулевой гипотезе (коэффициент корреляции равен нулю) эта статистика имеет распределение Стьюдента с n - 2степенями свободы. Используется стандартный подход, основанный на вычислении *P*-значений соответствующего теста: если *P*-значение >0,05, то нулевая гипотеза не отвергается на 5%-ном уровне значимости. При *P*-значениях <0,05 гипотеза о равенстве нулю коэффициента корреляции отвергается.

Показано, что коэффициент корреляции ΔT_{κ} и содержания меди незначим в диапазоне высоких флюенсов. Коэффициент корреляции

значим для фосфора и марганца в диапазоне флюенса быстрых нейтронов (90—120) 10^{22} м⁻² (E > 0.5 МэВ).

Анализ данных показал наличие корреляции между концентрациями фосфора и марганца. Коэффициенты корреляции равны 0,87 и 0,92 для диапазонов (90—120)10²² и (390—490)10²² м⁻² (E > 0,5 МэВ) соответственно и значимы на 5%-ном уровне. Коэффициент корреляции $\Delta T_{\rm K}$ и произведения концентраций Мп и Р не выше, чем для Мп и Р по отдельности для обоих диапазонов флюенсов. Можно высказать предположение об отсутствии значимого взаимного влияния фосфора и марганца на радиационное охрупчивание. В связи с этим предполагается, что при облучении высоким флюенсом речь идёт о влиянии фосфора на радиационное охрупчивание.

Следовательно, в области относительно низких значений флюенса изменение сдвига критической температуры хрупкости линейно связано с произведением концентраций фосфора и меди, а при более высоких флюенсах линейно связано с концентрацией фосфора и не зависит от содержания меди.

Содержание меди в твёрдом растворе в зависимости от флюенса

Нейтронное облучение вызывает структурно-фазовые изменения в стали корпуса реактора. Одним из таких изменений является снижение концентрации меди в твёрдом растворе. На рис. 7 показаны экспериментальные данные по содержанию меди в твёрдом растворе материалов корпусов реакторов в зависимости от флюенса быстрых нейтронов, полученные в

Диапазон флюенса, 10 ²² м ⁻²	Химический элемент	Коэффициент корреляции с ΔT_{κ}	<i>Р</i> -значение	Значимость корре- ляции для данной выборки
90—120	Р	0,89	0,01	Значима
	Mn	0,96	0	Значима
	Si	0,62	0,18	Не значима
	Cu Mn×P	0,71	0,10	Не значима
		0,95	0	Значима
390—490	Р	0,99	0	Значима
	Mn	0,89	0,07	Не значима
	Si	0,06	0,94	Не значима
	Cu	0,80	0,15	Не значима
	Mn×P	0,95	0	Значима

Коэффициенты корреляции ΔT_{κ} и концентрации химических элементов для диапазонов флюенса (90—120) 10^{22} и (390—490) 10^{22} м⁻²



Рис. 7. Содержание меди в твёрдом растворе в зависимости от флюенса (для сварных швов ВВЭР-440 по данным работ [15, 19—22]: Cu = 0,5 (1), 0,18 (2), 0,12% (3)

том числе из зарубежных работ, в которых флюенс определён для нейтронов энергией больше 1 МэВ с исходным содержанием меди от 0,03 до 0,49% [15, 19—22].

Видно, что для металла сварных швов с низким исходным содержанием меди (0,03%) концентрация меди в твёрдом растворе под облучением не изменяется. На рис. 7 это демонстрируют закрашенные точки. Для швов с высоким содержанием меди (>0,10%) концентрация меди В твёрдом растворе С увеличением флюенса уменьшается. Медь выделяется из твёрдого раствора в процессе облучения с образованием медно-обогащённых преципитатов. Представленные на рис. 7 данные показывают также, что скорость выхода меди из твёрдого раствора зависит от исходного содержания меди — чем ниже содержание меди в твёрдом растворе, тем медленнее темп её выхода из твёрдого раствора.

На основании экспериментальных данных (43 значения) по содержанию меди в твёрдом растворе из работ [15, 19—22] разработана эмпирическая зависимость содержания меди в твёрдом растворе в зависимости от флюенса (E > 0,5 МэВ) и исходного её содержания:

 $Cu = (Cu_0 - 0.049) \exp(-0.092F) + 0.049$ (1) при Cu = 0.03—0.49%, F = (1.3—149)10²² м⁻².

Можно заметить, что зависимость (1) удовлетворительно описывает экспериментальные результаты. Также на рис. 7 представлены данные зарубежных источников для значений флюенсов быстрых нейтронов энергией E > 1 МэВ. Значение флюенса быстрых нейтронов энергией E > 0,5 МэВ примерно соответствует значению флюенса быстрых нейтронов энергией E > 1 МэВ, умноженному на 1,5.

Начиная с значений флюенса ~ $40 \cdot 10^{22}$ м⁻² (E > 1,0 МэВ), что соответствует ~ $60 \cdot 10^{22}$ м⁻² (E > 0,5 МэВ), содержание меди в твёрдом растворе для любых материалов не превышает значения 0,08% и не изменяется при дальнейшем облучении. Это говорит о том, что при достижении определённого флюенса медь практически перестаёт выделяться из твёрдого раствора и образовывать Си-обогащённые преципитаты, другими словами, механизм образования Си-обогащённых преципитатов перестаёт быть определяющим для темпа радиационного охрупчивания.

В микроструктурных исследованиях, опубликованных в работе [17], получен состав радиационно-индуцированных преципитатов сварном шве металла корпуса ВВЭР-440. Диаграмма на рис. 8 содержит данные о химическом составе преципитатов, рассортированные по их размеру. Размер преципитатов пропорционален времени облучения и накопленному флюенсу быстрых нейтронов, поскольку их рост происходит постепенно в процессе облучения [17, 23, 24]. Следовательно, крупные преципитаты образованы при небольших значениях флюенса, мелкие — при более высоких флюенсах. Видно, что крупные преципитаты содержат значительное количество меди, их называют медно-обогащёнными. Мелкие преципитаты, в основном, либо не содержат атомы меди, либо содержат в незначительных количествах и не являются Си-обогащёнными. В со-



Рис. 8. Химический состав радиационно-индуцированных преципитатов в металле сварного шва корпусов BBЭР-440 после облучения флюенсом $60 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-2}$ (E > 0,5 МэВ) [17]: — Si; — Mn; — Cr; — P; — Cu

став этих выделений входят атомы кремния, марганца и фосфора.

Эти данные подтверждают предположение о смене лидирующего механизма радиационного охрупчивания при высоких значениях флюенса.

Описание модели радиационного охрупчивания и оценка её параметров

Охрупчивание под облучением описывается сдвигом критической температуры хрупкости ($\Delta T_{\rm k}$), получаемым по результатам испытаний образцов Шарпи. Химические элементы, значимо усиливающие радиационное охрупчивание материалов корпусов реакторов, — это никель, марганец, кремний, медь и фосфор [25]. Из перечисленных элементов на радиационное охрупчивание металла сварных швов ВВЭР-440 значимо влияют фосфор и медь. Фосфор оказывает существенное влияние на повышение критической температуры хрупкости во всех исследованных диапазонах флюенсов (примерно $\leq 5 \cdot 10^{24}$ н/м²).

Медь оказывает существенное влияние на повышение критической температуры хрупкости до флюенса примерно $\leq 60 \cdot 10^{22}$ н/м² в связи с образованием медно-обогащённых преципитатов. В диапазоне более высоких флюенсов в основном происходит образование выделений, содержащих атомы фосфора, марганца и кремния, поскольку концентрация меди в твёрдом растворе недостаточна для того, чтобы происходило образование Си-обогащённых преципитатов [24].

Вклад зернограничных сегрегаций не учитывался, так как ряд исследований показал отсутствие значимой зернограничной составляющей в изломах образцов металла сварного шва ВВЭР-440 [26—30]. Поскольку интенсивность образования дислокационных петель связана с состоянием твёрдого раствора, вклад этого механизма учтён в неявном виде, так как параметры модели оценены по экспериментальным результатам.

Сдвиг критической температуры хрупкости под облучением рассматривался как сумма вкладов от образования Си-обогащённых выделений ($\Delta T_{\kappa 1}$) и выделений Mn—Si—P ($\Delta T_{\kappa 2}$). Такое допущение оправдано, так как механизм охрупчивания имеет одинаковую природу в обоих случаях (упрочнение твёрдого раствора за счёт радиационно-индуцированных выделений).

Таким образом,

 $\Delta T_{\kappa} = \Delta T_{\kappa 1} [\text{Cu, P, } F^n] + \Delta T_{\kappa 2} [\text{P, } F^m].$

Вклад от меди и фосфора ($\Delta T_{\kappa l}$ [Cu, P, F^n]) линейно зависит от произведения концентраций фосфора и меди. Влияние меди на радиационное охрупчивание следует описывать зависимостью с насыщением, т.е. показатель степени при флюенсе должен быть $\leq 0,3$. Это связано с тем, что после облучения некоторым флюенсом концентрация меди достигает значения ~0,08%, уже не изменяется и вклад меди становится незначимым. Как было показано, влияние меди можно учитывать как линейную зависимость от произведения концентраций меди и фосфора.

Для флюенсов, превышающих значение $\sim 60 \cdot 10^{22}$ н/м² (E > 0,5 МэВ), когда концентрация меди в твёрдом растворе снижается до $\sim 0,08\%$, основным фактором радиационного охрупчивания материалов корпусов ВВЭР-440, повидимому, становится образование кластеров Мп—Si—P, плотность которых связана с содержанием фосфора. Вклад от фосфора ($\Delta T_{\kappa 2}$ [P, F^m]) необходимо описывать зависимостью без насыщения, т.е. показатель степени при флюенсе должен быть $\geq 0,5$.

Для оценки $\Delta T_{\kappa 2}$ использованы данные по радиационному охрупчиванию материалов с низким содержанием меди (Cu <0,05%). На базе данных материалов BBЭР-440 с низким содержанием меди методом наименьших квадратов были оценены коэффициенты для зависимости, описывающей изменение критической температуры хрупкости от флюенса, которая учитывает содержание фосфора. Таким образом была получена одна из составляющих разрабатываемой модели, учитывающая влияние фосфора и образование кластеров Mn—Si—P ($\Delta T_{\kappa 2}[P, F^m]$):

$$\Delta T_{\kappa 2} = 5.1 \,\mathrm{P}^{0.24} \left(\frac{F}{F_0}\right)^{0.65}$$

где $F_0 = 10^{22}$ н/м² (E > 0,5 МэВ).

Далее рассматривались данные по материалам ВВЭР-440 с повышенным содержанием меди (Cu >0,10%). Из экспериментальных значений $\Delta T_{\rm k}$ были вычтены расчётные значения $\Delta T_{\rm k2}$. Полученные данные отражают вклад Cuобогащённых преципитатов в радиационное охрупчивание материалов корпусов ВВЭР-440. Методом наименьших квадратов по этим данным были оценены коэффициенты для $\Delta T_{\rm k1}$ [Cu, P, F^n] модели (1):

$$\Delta T_{\kappa 1} = A(\mathrm{Cu}^{0.73} \times \mathrm{P}^{1.9}) \left(\frac{F}{F_0}\right)^{0.15}$$

где A = 128 599.

Таким образом, радиационное охрупчивание металла сварных швов ВВЭР-440 в широком диапазоне химических составов и флюенсов можно описать моделью

$$\Delta T_{\kappa} = 5,1 \,\mathrm{P}^{0.24} \left(\frac{F}{F_0}\right)^{0.65} + A(\mathrm{Cu}^{0.73} \times \mathrm{P}^{1.9}) \left(\frac{F}{F_0}\right)^{0.15},$$
(2)

где *A* = 0 при Cu <0,05%, *A* = 128 599 при Cu ≥0,05%.

Для консервативной оценки следует использовать зависимость

۰**T**

$$\Delta I_{\kappa} = 5,1 \mathrm{P}^{0,24} \left(\frac{F}{F_0}\right)^{0,65} + A(\mathrm{Cu}^{0,73} \times \mathrm{P}^{1,9}) \left(\frac{F}{F_0}\right)^{0,15} + 2\sigma,^{(3)}$$

где $\sigma=19,7,$ если Cu >0,05%; $\sigma=14,6,$ если Cu <0,05%; $F\leq 4{\cdot}10^{24}$ н/м² (E>0,5 МэВ).

На рис. 9 показано соотношение между расчётными и экспериментальными значениями, на рис. 10 — "остатки модели" в зависимости от флюенса быстрых нейтронов.

Данные, представленные на рисунках, показывают, что предложенная аналитическая зависимость удовлетворительно описывает экспериментальные результаты по радиационному охрупчиванию металла сварных швов ВВЭР-440 и может быть рекомендована для



Рис. 9. Соотношение расчётных и экспериментальных значений для зависимости (2)



Рис. 10. Разница расчётных и экспериментальных значений для имеющихся значений флюенса для зависимости (2): $2\sigma = 38,5^{\circ}$

прогноза радиационного охрупчивания металла сварных швов ВВЭР-440 в широком диапазоне химических составов и флюенсов.

Зависимость (2) построена на основании экспериментальных данных по облучению образцов в каналах для образцов-свидетелей реакторов ВВЭР-440 с плотностью потока (2,5- $(4,8)10^{16} \text{ м}^{-2} \cdot \text{c}^{-1} (E > 0.5 \text{ МэВ}).$ Плотность потока на стенке корпуса реактора BBЭP-440 в ~20 раз ниже. В такой ситуации необходимо подтвердить, что модель является консервативной для данных, полученных при облучении более низкой плотностью потока быстрых нейтронов. Известно, что для материалов корпусов реакторов характерен "эффект флакса", который заключается в том, что при облучении более высокой плотностью потока возможно получение неконсервативных оценок радиационного охрупчивания.

По результатам исследования влияния эффекта флакса на кинетику радиационного охрупчивания материалов корпусов реакторов ВВЭР-440 опубликовано несколько работ [31— 36], в которых было показано, что при содержании в материалах корпусов ВВЭР-440 более 0,10% меди проявляется "эффект флакса".

Для того чтобы проверить консервативность предложенной модели с точки зрения "эффекта флакса", использованы данные, которые были получены при облучении в каналах для образцов-свидетелей реактора энергоблока № 1 Ровенской АЭС, в котором установлены кассетыэкраны в активной зоне. Эти данные получены в условиях плотности потока быстрых нейтронов $(2,8-6,6)10^{15}$ м⁻²·c⁻¹ (E > 0,5 MeB). Характеристики использованной базы данных по облуче-

нию с "низкой" плотностью потока быстрых нейтронов:

Содержание фосфора, % вес	0,027—0,037
Содержание меди, % вес	0,13—0,21
Температура облучения, °С	270
Плотность потока быстрых нейтрон	нов
энергией ≥0,5 МэВ, м ⁻² ·с ⁻¹	$(1,0-6,6)10^{15}$
Флюенс быстрых нейтронов	
энергией ≥0,5 МэВ. м ⁻²	$(19 - 282)10^{22}$

Эти данные дополнены результатами исследования темплетов, отобранных с внутренней поверхности корпусов реакторов от сварного шва № 4. Характеристики использованной базы данных по темплетам:

Содержание фосфора, % вес	0,028-0,037
Содержание меди, % вес	0,13—0,17
Температура облучения, °С	270
Флюенс быстрых нейтронов	
энергией ≥0,5 МэВ, м ⁻²	$(54-94)10^{22}$

На рис. 11 представлено сопоставление расчётных значений по модели (3), рекомендуемой для прогноза радиационного охрупчивания металла сварных швов корпусов реакторов ВВЭР-440, с экспериментальными данными, полученными после облучения "низкой" плотностью потока быстрых нейтронов.

Экспериментальные результаты, представленные на рис. 11, показывают, что предложенная модель является консервативной как для экспериментальных результатов, полученных при облучении "низкой" плотностью потока быстрых нейтронов, так и для данных темплетов, отобранных с внутренней поверхности корпусов реакторов ВВЭР-440 (B-230). Это



Рис. 11. Сопоставление расчётных значений по модели (3), экспериментальных данных, полученных после облучения "низкой" плотностью потока быстрых нейтронов (•), и данных, полученных на темплетах (\odot): — — равенство расчётных и экспериментальных значений критической температуры хрупкости $T_{\kappa}^{\text{эксп}} = T_{\kappa}^{\text{расч}}$

позволяет использовать разработанную зависимость без поправок на эффект флакса.

Выводы

В настоящей работе выполнен анализ данных по исследованию радиационного охрупчивания металла сварных швов ВВЭР-440 (изменению свойств, микроструктуры и состава твёрдого раствора).

Выявлено влияние химических элементов на радиационное охрупчивание в разных диапазонах флюенсов быстрых нейтронов.

Предложена зависимость концентрации меди в твёрдом растворе от накопленного флюенса быстрых нейтронов.

Результатом работы является аналитическая модель радиационного охрупчивания металла сварных швов корпусов реакторов ВВЭР-440, учитывающая особенности радиационного охрупчивания в разных диапазонах флюенсов быстрых нейтронов и микроструктурные изменения материалов. Предлагаемая модель хорошо описывает экспериментальные значения и применима для широкого диапазона содержания меди и фосфора в составе металла сварного шва.

Список литературы

1. *Pareige P., Stoller R.E., Russell K.F., Miller M.K.* Atom probe characterization of the microstructure of nuclear pressure vessel surveillance materials after neutron irradiation and after annealing treatments. — J. of Nuclear Materials, 1997, vol. 249, p. 165—174.

2. *Pareige P., Duval S., Massoud J., van Duysen J.-C.* Microstructural Evolution in Neutron-Irradiated Pressure Vessel Steels. A Tomographic Atom-Probe Study. Доклад на 6-й Российской конференции по реакторному материаловедению. Димитровград, 2000.

3. Zabusov O., Krasikov E., Kozodaev M., Suvorov A., Pareige P., Radiguet B. Redistribution of impurity and alloying elements in VVER-440 reactopr pressure vessel steel due to operating factors. — VANT. Ser. Physics of Nuclear Reactors, 2003, N_{2} 3 (83), p. 66—72.

4. Pareige P., Radiguet B., Kozodaev M., Massoud J.P., Zabusov O. Atomic scale observation of the microstructure of a VVER-440 steel to understand properties of irradiated, annealed or re-irradiated materials. — In: Proc. of IAEA Specialist Meeting on Irradiation Embrittlement and Mitigation. Kristal Goos, Russia, 2004.

5. *Miller M., Russell K.* APFIM characterization of high phosphorus Russian RPV weld. — Applied Surface Science, 1996, vol. 94/95, p. 378—383.

 Bergner F., Ulbricht A. SASNS investigation of neutron irradiated pressure vessel steels and model allows. — In: Proc. of IGRDM 13. Tsukuba, Japan, 2006.
 Fujii K., Fukuya K., Ohmubo T., Hono K., Yoshiie T., Nagai Y., Hasegawa M. Hardening and microstructural evolution in A533B steels under neutron and electron irradiations. — In: Proc. of IGRDM 12 Meeting. Arcachaon, France, 2005.

8. Оже П., Вэлзел С., Блаветт Д., Парэйдж П. Радиационно-стимулированная сегрегация примесей в ферритных корпусных реакторных сталях: томографические атомно-зондовые исследования. — В сб.: Современные проблемы ядерной физики, физики и химии конденсированных сред. Труды 1-й Московской международной школы физиков ИТЭФ. — М.: Редакция журнала "Успехи физических наук", 1999, с. 143—153.

9. *Williams T., Ellis D., O'Connell W.* Dose rate effects in high and low nickel welds. — In: Conf. Proc. Workshop on Dose Rate Effects in Reactor Pressure Vessel Materials. Olympic Valley, CA, 2001.

10. *Pareige P., Stoller R., Russel K., Miller M.* Atom probe characterization of the microstructure of nuclear pressure vessel surveillance material after neutron irradiation and after annealing treatments. — J. of Nuclear Materials, 1997, vol. 249, p. 165—174.

11. *Miller M., Pareige P., Burke M.* Understanding pressure vessel steels: an atom probe perspective. — Materials Characterization, 2000, vol. 44, p. 235—245.

12. Забусов О., Красиков Е., Козодаев М., Суворов А., Париж Ф., Радикю Б. Перераспределение примесей и легирующих элементов в материалах корпусов ВВЭР-440 под влиянием эксплуатационных факторов. — ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2003, № 3 (83), с. 66—72.

13. Pareige P., Radiguet B., Suvorov A., Kozodaev M., Krasikov E., Zabusov O. Tree-dimensional atom probe study of irradiated, annealed and re-irradiated VVER-440 weld metal. — Surface and Interface Analysis, 2004, vol. 34, p. 581—584.

14. *Miller M., Russel K.* APFIM characterization of high phosphorus Russian RPV weld. — Applied Surface Science, 1996, vol. 94/95, p. 378—383.

15. *Miller M., Russel K.* Local electron atom probe characterization of neutron irradiated RPV steels and model allows. — In: Proc. of AGRDM 12. Arcachon, France, 2005.

16. *Miller M.K., Russel K.F., Kosik J., Keilova E.* Embrittlement of low copper VVER-440 surveillance samples neutron-irradiated to high fluences. — J. of Nuclear Materials, 2000, vol. 282, p. 83—88.

17. Рогожкин С.В., Никитин А.А., Залужный А.Г., Чернобаева А.А. и др. Исследование тонкой структуры материала сварного шва с высоким содержанием фосфора корпуса реактора ВВЭР-440 после облучения, отжига и повторного облучения. — Ядерная физика и инжиниринг, 2013, т. 4, № 1, с. 73—82.

18. *Айвазян С.А., Мхитарян В.С.* Прикладная статистика и основы эконометрики. — М.: ЮНИТИ, 1998. 19. *Pareige P., Stoller R., Russel K., Miller M.* Atom probe characterization of the microstructure of nuclear pressure vessel surveillance material after neutron irradiation and after annealing treatments. — J. of Nucl. Mater., 1997, vol. 249, p. 165—174.

20. *Nanstad R., Sokolov M., Miller M.* Comparison of nickel effects on embrittlement mechanisms in a radiation-sensitive weld and in prototypic WWER-1000 and A533B steels. — In: Proc. IAEA Meeting on Irradiation Effects and Mitigation in Reactor Pressure Vessel and RPV Internal. Kristal Goos, 2004.

21. *Miller M., Odette G., Russel K., Klingensmidt R.D., Wirth B.* Atom probe /SANS/ hardness studies of precipitation in Fe—Mn—Ni—Si—P—Cu model allows with 00.9% Cu. — In: Proc. IGRDM 12. Arcachon, France, 2005.

22. Pareige P., Radiguet B., Krummeich-Brangier R., Barbu A., Zabusov O., Kozodaev M. Atomic-level observation with threedimensional atom probe of the solute behaviour in neutron-, ion- or electron-irradiated ferritic alloys. — Philosophical Magazine, 2005, vol. 85, p. 429—441.

23. Платонов П.А., Чернобаева А.А. О механизме образования преципитатов в сталях корпусов водоводяных реакторов при нейтронном облучении. — ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2015, вып. 5, с. 78—93.

24. *Platonov P.A., Chernobaeva A.A.* Formation of radiation induced precipitates in VVER RPV materials. — Intern. J. of Pressure Vessels and Piping, 2016, vol. 148, p. 36—45.

25. Алексеенко Н.Н., Амаев А.Д., Горынин И.В., Николаев В.А. Радиационное повреждение стали корпусов водо-водяных реакторов. Под ред. Горынина И.В. — М.: Энергоиздат, 1981.

26. *Kuleshova E., Gurovich B., Shtrombakh Ya., Nikolaev Yu., Pechenkin V.* Microstructural behavior of VVER-440 reactor pressure vessel under irradiation to neutron fluences beyond the design operation period. — J. Nucl. Mater., 2005, vol. 342, p. 77—89.

27. *Gurovich B.A., Kuleshova E.A., Lavrenchuk O.V.* Comparative study of fracture in pressure vessel steels A533B and A508. — J. Nucl. Mater., 1996, vol. 228, p. 330—337.

28. *Gurovich B.A., Kuleshova E.A., Nikolaev Yu.A., Shtrombakh Ya.I.* Assessment of relative contributions from different mechanisms to radiation embrittlement of reactor pressure vessel steels. — J. Nucl. Mater., 1997, vol. 246, p. 91—120.

29. Gurovich B.A., Kuleshova E.A., Shtrombakh Ya.I., Nikolaev Yu.A. Evolution of the nanostructure of VVER-440 and VVER-1000 pressure vessels steels irradiated in a broad range of fast neutron fluences. — In: Proc. of the Tenth Intern. Conf. on Material Issues in Design, Manufacturing and Operation of Nuclear Power Plants Equipment. Russia, 2008, p. 48—57.

30. *Gurovich B.A., Kuleshova E.A., Prihodko K.E., Lavrenchuk O.V., Shtrombakh Ya.I.* The principal structural changes proceeding in Russian pressure vessel

steels as a result of neutron irradiation, recovery annealing and re-irradiation. — J. Nucl. Mater., 1998, vol. 264, p. 333—353.

31. Chernobaeva A., Kryukov A., Amaev A., Erak D., Platonov P., Shtrombakh Ya. The role of flux effect on radiation embrittlement of VVER-440 reactor pressure vessel materials. — In: Proc. of IAEA Specialist Meeting on Irradiation Embrittlement and Mitigation. Kristal Goos, Russia, 2004.

32. *Chernobaeva A., Platonov P.* Flux effect assessment for VVER-440 RPV materials. — In: Proc. of IRGDM 13. Tsukuba, Japan, 2006, P046.

33. *Chernobaeva A., Platonov P.* Assessment of the flux effect for VVER-440 RPV materials. — In: Book of Abstracts of Workshop "Trend curve development for surveillance data with insight on flux effect at high fluence: Damage mechanisms and modelling", 2008, p. 22.

34. Чернобаева А.А., Платонов П.А. Особенности радиационного охрупчивания материалов корпусов

реакторов в различных диапазонах флюенсов. — ВАНТ. Сер. Материаловедение и новые материалы, 2009, вып. 1(73), с. 206—219.

35. *Kryukov A., Blagoeva D., Debarberis L.* Flux effect analysis in WWER-440 reactor pressure vessel steels. — J. Nucl. Mater., 2013, vol. 443, p. 171—175.

36. Ballesteros A., Ahlstrand R., Bruynooghe C., Chernobaeva A., Kevorkyan Y., Erak D., Zurko D. Irradiation temperature, flux and spectrum effects. — Progress in Nuclear Energy, 2011, vol. 53, p. 756—759.

> Контактная информация — Медведев Кирилл Игоревич, м.н.с., тел.: 8 (499) 196-94-20, e-mail: medvedev_ki@nrcki.ru

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1, с. 72—81.

УДК 621.039.76

О перечне нормируемых и контролируемых радионуклидов в атмосферных выбросах АЭС

А.-Н.В. Вуколова, А.А. Русинкевич,

НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1

Статья поступила в редакцию 30.09.2019 После доработки — 11.12.2019 Принята к публикации 11.12.2019

Задача обоснованного сокращения перечня нормируемых и контролируемых радионуклидов в атмосферных выбросах АЭС является одной из наиболее приоритетных в области регулирования загрязняющих веществ, поступающих в окружающую среду. В настоящей статье описан один из возможных подходов к решению описанной задачи, основанный на анализе данных многолетних наблюдений газоаэрозольных выбросов европейских АЭС с РУ ВВЭР и РWR. Сформированы и проанализированы Перечень 1, включающий 63 нормируемых и контролируемых радионуклида в выбросах европейских АЭС с РУ ВВЭР, и Перечень 2, включающий 82 радионуклида, регистрируемых в выбросах европейских АЭС с РУ РWR.

Ключевые слова: АЭС, ВВЭР, PWR, радионуклиды, атмосферные выбросы, окружающая среда.

Concerning the List of Normative and Controlled Radionuclides in Airborne Discharges of NPPs. A.-N.V. Vukolova, A.A. Rusinkevich, NRC "Kurchatov Institute", 1, Akademika Kurchatova sq., Moscow, 123182.

The task of well-proved reduction of the list of normative and controlled radionuclides in airborne discharges of NPPs is one of the high-priority one in the field of regulation of materials, contaminating the environment. This article describes one of the possible ways of the solution of the above-mentioned problem. It is based on the analysis of the long-term observation of gas-aerosol discharges of European NPPs with WWER and PWR power units. Besides, it shows created and analyzed List 1, which includes 63 normative and controlled radionuclides in the discharges of the European NNPs of the Soviet design with WWER power units, and List 2, which includes 82 radionuclides, registered in the airborne discharges of the European NPPs with PWR power units.

Key Words: nuclear power plant, WWER type reactor, PWR type reactor, radionuclide, airborne discharge, environment.

Введение

В 2015 г. произошло ужесточение государственного регулирования выбросов загрязняющих веществ в окружающую среду, связанное с публикацией Распоряжения Правительства Российской Федерации № 1316-р, установившего "Перечень загрязняющих веществ, в отношении которых применяются меры государственного регулирования в области охраны окружающей среды" (далее — Перечень Правительства) [1].

Ранее система нормирования газоаэрозольных радиоактивных выбросов АЭС базировалась на СП АС-03 [2]. Данный документ устанавливал годовые допустимые выбросы (ДВ) для пяти радиоактивных газов и аэрозолей АЭС в атмосферу: инертные радиоактивные газы (ИРГ), ¹³¹I, ⁶⁰Co, ¹³⁴Cs, ¹³⁷Cs. Однако с момента введения Перечня Правительства 94 радионуклида стали обязательными для нормирования и контроля в атмосферном воздухе.

Необходимо отметить, что Перечень Правительства является единым перечнем загрязняющих веществ для всех отраслей хозяйства, что подразумевает возможность отсутствия части радионуклидов, представленных в нём, в выбросах АЭС, но не снимает необходимость нормирования и контроля всех 94 радионуклидов в выбросах АЭС.

Принимая во внимание то, что контроль всех 94 радионуклидов в выбросах АЭС является сложным организационно и технически, а также экономически затратным, обоснованное сокращение числа контролируемых в выбросах АЭС радионуклидов является важной и актуальной задачей.

Решение поставленной задачи должно базироваться на анализе накопленных результатов многолетних наблюдений за выбросами действующих АЭС.

Выбор исходных данных

К сожалению, в России не существует единой базы данных по выбросам АЭС, а данные, которые возможно отыскать, оказываются обрывочными и содержат, как правило, наблюдения за выбросами радионуклидов, перечисленных в СП АС-03 [2]. Альтернативным источником данных может послужить база данных Европейской комиссии по радиоактивным выбросам (RADD) [3].

В настоящей статье рассматривается и анализируется состав атмосферных выбросов семи европейских АЭС советского дизайна с реакторными установками (РУ) ВВЭР в условиях нормальной эксплуатации. Информация об этих АЭС приведена в табл. 1. Для сравнения рассматривается и анализируется состав атмосферных выбросов 40 европейских АЭС с РУ PWR, наиболее близких к условиям эксплуатации отечественных АЭС. В число АЭС с РУ РWR входят АЭС Франции (Каттеном, Крюа, Бюже, Бельвиль, Блайе, Сен-Лоран-дез-О, Сент-Альбан, Пенли, Палюэль, Ножан, Гравлин, Гольфеш, Шинон, Сиво, Фламанвиль, Фессенхайм, Дампьер, Трикастен), АЭС Великобритании (Сайзвел), АЭС Нидерландов (Борселе), АЭС Словении (Кршко), АЭС Швеции (Рингхальс), АЭС Германии (Библис А, Библис Б, Брокдорф, Эмсланд, Графенрайнфельд, Гронде, Изар, Неккарвестхайм-1, Неккарвестхайм-2, Обригхайм, Штаде, Унтервезер, Филиппсбург), АЭС Испании (Альмарас, Аско, Хосе Кабрера, Трильо, Вандельос).

Результаты анализа выбросов европейских АЭС советского дизайна

При рассмотрении выбросов европейских АЭС с РУ ВВЭР были использованы данные о 100 годах наблюдения за их нормальной эксплуатацией. В данном случае понятие нормальной эксплуатации включает в себя работу АЭС в рамках пределов и условий, предусмотренных проектом для нормальной эксплуатации, т.е. включает пуски, работу на разных уровнях мощности, переходные процессы, связанные с изменениями нагрузки энергоблока, плановые остановки для перегрузки ядерного топлива в реакторе и ремонта.

В выбросах семи рассматриваемых АЭС советского дизайна, оборудованных РУ ВВЭР-440 и ВВЭР-1000, всего за все годы наблюдения было зарегистрировано 63 радионуклида (Перечень 1): ^{110m}Ag, ²⁴¹Am, ⁴¹Ar, ⁷⁶As, ¹⁴⁰Ba, ⁷Be, ¹⁴C, ¹⁴¹Ce, ¹⁴⁴Ce, ²⁴²Cm, ²⁴³Cm + ²⁴⁴Cm, ⁵⁷Co, ⁵⁸Co, ⁶⁰Co, ⁵¹Cr, ¹³⁴Cs, ¹³⁷Cs, ¹⁵⁴Eu, ⁵⁵Fe, ⁵⁹Fe, ³H, ¹⁸¹Hf, ¹³¹I, ¹³²I, ¹³³I, ¹³⁴I, ¹³⁵I, ⁴²K, ⁸⁵Kr, ^{85m}Kr, ⁸⁷Kr, ⁸⁸Kr, ⁸⁹Kr, ¹⁴⁰La, ⁵⁴Mn, ⁵⁶Mn, ⁹⁹Mo, ²⁴Na, ⁹⁴Nb, ⁹⁵Nb, ²³⁸Pu, ²³⁹Pu + ²⁴⁰Pu, ¹⁰⁶Rh, ¹⁰³Ru, ¹⁰⁶Ru, ¹²²Sb, ¹²⁴Sb, ¹²⁵Sb, ⁴⁶Sc, ⁷⁵Se, ⁸⁹Sr, ⁹⁰Sr, ^{123m}Te, ¹³²Te, ^{131m}Xe, ¹³³Xe, ^{133m}Xe, ¹³⁵Xe, ^{135m}Xe, ¹³⁷Xe, ¹³⁸Xe, ⁶⁵Zn, ⁹⁵Zr. 10 радионуклидов из Перечня 1 не входят в Перечень Правительства: ⁷⁶As, ⁷Be, ¹⁸¹Hf, ¹³⁴I, ⁵⁶Mn, ⁹⁴Nb, ⁴⁶Sc, ¹³²Te, ^{131m}Xe.

Расхождения Перечня 1 с Перечнем Правительства обусловлены тем, что в реальных условиях в выбросе АЭС необязательно присутствуют все нуклиды из Перечня Правительства. Кроме того, возможна ситуация, при которой активность некоторых радионуклидов мала и они не регистрируются. Вопросы учёта и контроля нерегистрируемых радионуклидов рассмотрены в [4].

Результаты анализа выбросов европейских АЭС с РУ PWR

При рассмотрении выбросов европейских АЭС с РУ PWR были использованы данные о 888 годах наблюдения за их нормальной эксплуатацией.

В выбросах рассматриваемых европейских АЭС с РУ РWR было зарегистрировано 82 радионуклида (Перечень 2). В Перечень 2 вошли все радионуклиды, перечисленные в Перечне 1, и ещё 19 радионуклидов: ⁸²Br, ¹¹C, ¹⁰⁹Cd, ¹³⁹Ce, ¹⁴³Ce, ²⁴⁴Cm, ¹³⁶Cs, ¹³⁸Cs, ²⁰³Hg, ¹³⁰I, ⁹⁷Nb, ⁶³Ni, ¹⁹¹Os, ⁸⁸Rb, ¹¹³Sn, ¹¹⁷mSn, ¹⁰⁴Tc, ^{99m}Tc, ¹²⁷Xe. Стоит, однако, отметить, что данные радионуклиды регистрировались менее чем на 30% рассматриваемых АЭС, а 14 из них были зарегистрированы лишь на одной из 40 рассмотренных АЭС.

Сравнение перечней радионуклидов, зарегистрированных в выбросах европейских АЭС с РУ ВВЭР и РWR

В табл. 2 представлен полный перечень радионуклидов, зарегистрированных в выбросах

АЭС	АЭС Тип РУ		Число регистрируемых
	DDDD 440	12 (2004 2016)	радионуклидов
Богунице (Словакия)	BB9P-440	13 (2004—2016 гг.)	40
Моховце (Словакия)	ВВЭР-440	13 (2004—2016 гг.)	41
Дукованы (Чехия)	BBЭP-440	14 (2004—2017 гг.)	38
Пакш (Венгрия)	ВВЭР-440	13 (2004—2016 гг.)	38
Ловииса (Финляндия)	BBЭP-440	23 (1995—2017 гг.)	36
Темелин (Чехия)	BBЭP-1000	14 (2004—2017 гг.)	38
Козлодуй (Болгария)	BBЭP-1000	10 (2007—2016 гг.)	42

Т а б л и ц а 1. Обобщённые данные о выбранных для анализа АЭС советского дизайна и их выбросах

	Количество АЭС с Р	Общее количество АЭС с PV			
Ралионуклил	в выбросах которых рег	четрировался данный	ВВЭР и PWR, регистрирующих		
i uditoli j kulid	радион АЭС с РУ ВВЭР	уклид AЭC с PУ PWR	данный радионуклид, %		
1	2	3	4		
	Appor	зопи			
110m Ag	7	31	80.85		
²⁴¹ Am	5	1	12.77		
⁷⁶ As	4	4	17.02		
140 Ba	4	8	25,53		
⁷ Be	1	2	6,38		
⁸² Br	0	11	23,40		
¹¹ C	0	1	2,13		
¹⁴ C	7	39	97,87		
¹⁰⁹ Cd	0	1	2,13		
¹³⁹ Ce	0	1	2.13		
¹⁴¹ Ce	6	9	31,91		
¹⁴³ Ce	0	1	2,13		
¹⁴⁴ Ce	6	7	27,66		
²⁴² Cm	3	1	8,51		
²⁴⁴ Cm	1	1	4,26		
(²⁴³ Cm+ ²⁴⁴ Cm)					
⁵⁷ Co	4	12	34,04		
⁵⁸ Co	7	35	89,36		
⁶⁰ Co	7	39	97,87		
⁵¹ Cr	7	28	74,47		
¹³⁴ Cs	7	29	76,60 4,26		
¹³⁶ Cs	0	2			
¹³⁷ Cs	7	36	91,49		
¹³⁸ Cs	0	1	2,13		
¹⁵⁴ Eu	1	0	2,13		
⁵⁵ Fe	1	1	4,26		
⁵⁹ Fe	7	13	42,55		
³ H	7	40	100,00		
$^{181}\mathrm{Hf}$	3	0	6,38		
²⁰³ Hg	0	6	12,77		
130 I	0	1	2,13		
131 I	7	39	97,87		
132 I	4	20	51,06		
133 I	5	25	63,83		
134 I	1	3	8,51		
¹³⁵ I	3	16	40,43		
42 K	1	0	2,13		
¹⁴⁰ La	3	6	19,15		
⁵⁴ Mn	7	24	65,96		
⁵⁶ Mn	1	0	2,13		
⁹⁹ Mo	1	2	6,38		
²⁴ Na	1	1	4,26		

Таблица2. Перечень радионуклидов, зарегистрированных в выбросах рассматриваемых АЭС в течение рассматриваемого периода нормальной эксплуатации

1	2	3	4
⁹⁴ Nb	1	0	2,13
⁹⁵ Nb	7	27	72,34
⁹⁷ Nb	0	1	2,13
⁶³ Ni	0	1	2,13
¹⁹¹ Os	0	1	2,13
²³⁸ Pu	5	1	12,77
²³⁹ Pu+ ²⁴⁰ Pu	5	1	12,77
⁸⁸ Rb	0	1	2,13
106 Rh	2	0	4,26
¹⁰³ Ru	5	6	23,40
¹⁰⁶ Ru	2	4	12,77
¹²² Sb	3	9	25,53
¹²⁴ Sb	7	24	65,96
¹²⁵ Sb	5	9	29,79
⁴⁶ Sc	1	0	2,13
⁷⁵ Se	4	5	19,15
¹¹³ Sn	0	6	12,77
117m Sn	0	1	2,13
⁸⁹ Sr	7	7	29,79
⁹⁰ Sr	7	8	31,91
104 Tc	0	1	2,13
^{99m} Tc	0	1	2,13
^{123m} Te	1	11	25,53
¹³² Te	1	1	4,26
⁶⁵ Zn	6	9	31,91
⁹⁵ Zr	7	16	48,94
	ИРІ		
⁴¹ Ar	7	40	100,00
⁸⁵ Kr	7	38	95,74
^{85m} Kr	7	36	91,49
⁸⁷ Kr	7	22	61,70
⁸⁸ Kr	7	34	87,23
⁸⁹ Kr	1	10	23,40
¹²⁷ Xe	0	6	12,77
^{131m} Xe	3	36	82,98
¹³³ Xe	7	40	100,00
^{133m} Xe	4	37	87,23
¹³⁵ Xe	7	39	97,87
^{135m} Xe	5	22	57,45
¹³⁷ Xe	1	11	25,53
¹³⁸ Xe	5	12	36,17

рассматриваемых АЭС с РУ ВВЭР и PWR в течение наблюдаемого периода нормальной эксплуатации, а также относительное число АЭС, в выбросах которых регистрировался определённый радионуклид. Из таблицы видно, что на 90% и более рассматриваемых АЭС с РУ ВВЭР и РWR регистрировались всего пять радионуклидов, принадлежащих к аэрозолям: ³H, ¹⁴C, ⁶⁰Co, ¹³¹I, ¹³⁷Cs, а также на 100% рассмотренных АЭС регистрировались радионуклиды ИРГ. Указанные радионуклиды входят в перечень основных дозообразующих радионуклидов в выбросах АЭС с РУ РWR и ВВЭР [5]. Кроме того, ⁶⁰Со, ¹³¹I, ¹³⁷Сs, ИРГ входят в список радионуклидов, обязательных для контроля в газоаэрозольных выбросах АЭС в соответствии с СП АС-03 [2].

Кроме радионуклидов, зарегистрированных более чем на 90% АЭС, существуют "эксклюзивные" радионуклиды, регистрировавшиеся в выбросах менее 5% рассматриваемых АЭС: ¹¹С, ¹⁰⁹Cd, ¹³⁹Ce, ¹⁴³Ce, ²⁴⁴Cm (²⁴³Cm+²⁴⁴Cm), ¹³⁶Cs, ¹³⁸Cs, ¹⁵⁴Eu, ⁵⁵Fe, ¹³⁰I, ⁴²K, ⁵⁶Mn, ²⁴Na, ⁹⁴Nb, ⁹⁷Nb, ⁶³Ni, ¹⁹¹Os, ⁸⁸Rb, ¹⁰⁶Rh, ⁴⁶Sc, ^{117m}Sn, ¹⁰⁴Tc, ^{99m}Tc, ¹³²Te. Наличие данных радионуклидов в атмосферных выбросах АЭС, а также целесообразность их нормирования и контроля подлежит дальнейшему обсуждению, выходящему за рамки данной статьи.

Выводы

Анализ данных многолетних наблюдений газоаэрозольных выбросов европейских АЭС позволяет сформировать Перечень 1, включающий 63 нормируемых и контролируемых радионуклида в выбросах европейских АЭС советского дизайна с РУ ВВЭР, и Перечень 2, включающий 82 радионуклида, регистрируемых в выбросах европейских АЭС с РУ PWR.

В Перечни 1 и 2 вошли радионуклиды, которые могут контролироваться существующими техническими средствами. При этом некоторые из них отсутствуют в Перечне Правительства.

В Перечни 1 и 2 вошли радионуклиды, которые сравнительно редко обнаруживались в выбросах отдельных АЭС. Этот факт свидетельствует о достаточном объёме существующего радиационного контроля.

На 90% и более рассматриваемых АЭС с РУ ВВЭР и PWR регистрировались всего пять радионуклидов, относящихся к аэрозолям: ³H, ¹⁴C, 60 Co, ¹³¹I, ¹³⁷Cs, и на каждой рассмотренной АЭС регистрировались радионуклиды ИРГ.

Исходя из сказанного, можно сделать вывод о возможности пересмотра и сокращения Пе-

речня Правительства для АЭС до 82 радионуклидов в отношении нормирования и контроля радионуклидов, входящих в атмосферные выбросы АЭС.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда в соответствии с соглашением № 18-79-00290.

Список литературы

1. *Распоряжение* Правительства РФ от 8 июля 2015 г. № 1316-р "Об утверждении перечня загрязняющих веществ, в отношении которых применяются меры государственного регулирования в области охраны окружающей среды".

2. *Санитарные* правила и гигиенические нормативы СанПин 2.6.1.24-03 "Санитарные правила проектирования и эксплуатации атомных станций (СП АС-03)".

3. *RADD*, the European Commission RAdioactive Discharges Database: https://europa.eu/radd/.

4. Вуколова А.-Н.В., Русинкевич А.А., Долгих А.П. и др. Учет нижнего предела измерения оборудования при контроле газоаэрозольных выбросов радиоактивных веществ на АЭС. — В сб.: Материалы XI Международной научно-технической конференции "Безопасность, эффективность и экономика атомной энергетики". Пленарные и секционные доклады. Москва, 23—24 мая 2018 г., ISBN 978-5-88111-042-0, с. 394—399.

5. **Пышкина М.Д.** Определение основных дозообразующих нуклидов в выбросах АЭС PWR и BBЭР. — Биосферная совместимость: человек, регион, технологии, 2017, № 2(18), с. 98—106.

> Контактная информация — Вуколова Ангелина-Наталия Валерьевна, м.н.с., тел.: 8 (916) 854-83-98, e-mail: Vukolova_AV@nrcki.ru, Русинкевич Андрей Александрович, начальник лаборатории, к.т.н., тел.: 8 (499) 196-90-79, 8 (903) 735-56-80, e-mail: Rusinkevich_AA@nrcki.ru

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1, с. 82—86.

УДК 621.039.31

Анализ влияния ограничений по изотопам ^{232,234,236}U в товарном НОУ на выбор способов обогащения регенерата урана в каскадах центрифуг

А.Ю. Смирнов,

НИЯУ МИФИ, 115409, Москва, Каширское шоссе, д. 31, НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1, *В.Е. Гусев, Г.А. Сулаберидзе,* НИЯУ МИФИ, 115409, Москва, Каширское шоссе, д. 31, *В.А. Невиница, П.А. Фомиченко,*

НИЦ "Курчатовский институт", 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1

Статья поступила в редакцию 20.12.2018 После доработки — 10.12.2019 Принята к публикации 17.03.2020

Рассмотрены проблемы повторного обогащения регенерата урана. Показано, что в наиболее общей постановке задача обогащения регенерата урана с одновременным выполнением требований к содержанию чётных изотопов и условий расходования на производство единицы массы продукта заданного количества исходного регенерата не может быть решена в трёхпоточном каскаде центрифуг или простейших вариантах двойных каскадов.

Продемонстрирована возможность решения поставленной задачи в модифицированной двойной каскадной схеме с подмешиванием НОУ-разбавителя. Результаты вычислительных экспериментов показали, что в исследуемом варианте двойного каскада возможно получить НОУ товарного качества, израсходовав заданное количество регенерата при различных ограничениях на концентрацию ²³²U в продукте, в том числе даже более строгих, чем принятые в настоящее время на разделительных производствах.

Ключевые слова: регенерированный уран, разделение изотопов, разделительный каскад, замыкание ЯТЦ, двойной каскад, обогащение урана, рецикл урана.

Analysis of the Influence of Restrictions on Isotopes ^{232,234,236}U in Marketable LEU on the Choice of Methods for Enriching Uranium Regenerate in Cascades of Centrifuges. A.Yu. Smirnov, NRNU MEPHI, 31, Kashirskoe sh., Moscow, 115409, NRC "Kurchatov Institute", 1, Akademika Kurchatova sq., Moscow, 123182, V.E. Gusev, G.A. Sulaberidze, NRNU MEPHI, 31, Kashirskoe sh., Moscow, 115409, V.A. Nevinitsa, P.A. Fomichenko, NRC "Kurchatov Institute", 1, Akademika Kurchatova sq., Moscow, 123182.

The study addresses the problem of reprocessed uranium re-enrichment. The problem statement is as follows. To produce reactor-grade low-enriched uranium (LEU) that meets all the requirements on ^{232,234,236}U presence and, at the same time, to spend the prerequisite amount of reprocessed uranium per unit of product. This task is impossible for an ordinary (three-flow) cascade, standard for natural uranium enrichment. Double cascade fails to accomplish the assigned task too.

Though, all the requirements could be satisfied if we apply the modified double cascade that uses LEU as a diluent. The calculations showed that such an approach makes it possible to produce reactor-grade LEU from the allocated amount of reprocessed uranium within the constraints on the 232 U (even within the currently accepted strict ones).

Key Words: reprocessed uranium, isotope separation, separation cascade, closed nuclear fuel cycle, dual cascade, uranium enrichment, uranium recycling.

Введение

Возможность использования выделенных из ОЯТ реакторов на тепловых нейтронах урана и плутония для воспроизводства ядерного топлива становится всё более актуальной задачей в контексте постепенного перехода ядерной отрасли РФ и в мире на замыкание топливного цикла. Одной из причин появления такой тенденции является непрерывное и неминуемое накопление отработавшего топлива легководных реакторов, работающих по всему миру [1, 2]. Для российской ядерной отрасли проблема переработки осложнена ещё и тем, что, помимо собственных АЭС, необходимо обслуживать и в том числе утилизировать ОЯТ реакторов, эксплуатирующихся в странах-партнёрах. Помимо этого, дополнительным фактором, обусловливающим интерес к вопросу переработки и повторного использования ядерных материалов из ОЯТ, является возможный дефицит природного урана в будущем.

Очевидно, что ввиду значительного (более 90%) содержания урана в ОЯТ в настоящее время его следует рассматривать как основной материал для последующего воспроизводства топлива. Заметим, что регенерат может применяться как для производства регенерированного уранового топлива (РУТ), так и в составе смешанных видов топлива [3]. Таким образом, регенерированный уран может заместить собой часть природного сырья при производстве топлива легководных реакторов, тем самым в некоторой степени решив проблемы их ресурсообеспеченности и накопления ОЯТ.

Анализ результатов различных исследований, посвящённых вопросам многократного рецикла урана в топливном цикле легководных реакторов, показывает, что значительной проблемой на пути широкого применения регенерата урана для изготовления ядерного топлива, помимо дорогостоящей процедуры переработки ОЯТ, является присутствие в нём изотопов ²³²U, ²³⁴U и ²³⁶U [4—7]. К содержанию указанных изотопов в товарном низкообогащённом уране (НОУ) предъявляют жёсткие требования, связанные с необходимостью выполнения условий радиационной безопасности при фабрикации ядерного топлива и сохранения его нейтронно-физических характеристик в активной зоне реактора [8]. При этом для изотопа ²³²U вводят ограничение на его абсолютную концентрацию. Как правило, она не должна превышать величину 2·10⁻⁷%, иногда 5·10⁻⁷% (здесь и далее концентрация изотопов приведена в массовых процентах) [8]. Присутствие же ²³⁶U сказывается в необходимости повышения обогащения по ²³⁵U, конкретная величина которого зависит от концентрации ²³⁶U в продукте.

Наличие подобных ограничений осложняет процесс обогащения регенерата в каскадах газовых центрифуг и в большинстве ситуаций требует модификации штатной схемы обогащения [9—18]. Основная причина подобных изменений по отношению к случаю обогащения природного урана, очевидно, связана с тем, что более сложной становится решаемая разделительная задача. Ключевая проблема состоит в том, что обогащение регенерированного урана является не просто задачей по обогащению многокомпонентной смеси изотопов урана, но при этом обогащение необходимо проводить с одновременным выполнением условий на концентрацию ещё трёх изотопов (232,234,236U), помимо целевого 235 Ú.

Анализ показывает, что в одиночном каскаде, аналогичном используемому для обогащения природной смеси урана, в большинстве ситуаций невозможно "регулировать" концентрацию указанных изотопов одновременно ввиду недостаточного количества управляюцих параметров. Ещё больше ситуация осложняется тем, что при решении задачи замыкания топливного цикла для обогащения регенерата бывает недостаточным только соблюсти ограничения на концентрацию чётных изотопов, но также необходимо обеспечить расходование заданного количества регенерата. Например, при переработке 1 кг ОЯТ может быть выделено приблизительно 0,9 кг урана, который в дальнейшем следует израсходовать для получения 1 кг свежего топлива. Лишь в этом случае можно будет говорить о подлинном замыкании топливного цикла по урановой составляющей топлива.

Расчёты показывают, что даже в большинстве модифицированных схем выдержать описанные условия не удаётся [19]. Вместе с тем в некоторых случаях соблюдение заданного соотношения между массой исходного регенерированного урана, подлежащего обогащению, и массой конечного продукта (товарного НОУ) может являться принципиальным. Например, при экспортных поставках топлива данное условие лежит в основе контроля за оборотом делящихся материалов.

Таким образом, в общем случае задача обогащения регенерированного урана в каскадах газовых центрифуг может быть сформулирована следующим образом: из исходного регенерированного урана следует получить товарный HOУ заданного обогащения по 235 U, для которого одновременно выполнены ограничения на концентрацию изотопов 232 U, 234 U и 236 U, а также соблюдена пропорция между массой исходного регенерата до обогащения и товарным HOУ.

Настоящая работа посвящена анализу физических причин невозможности решения поставленной задачи обогащения регенерированного урана в одиночных каскадах газовых центрифуг и в их простых модификациях, а также демонстрации способов, позволяющих практически полностью решить поставленную задачу.

Аналитическая часть

Обогащение регенерата в одиночных каскадах. В настоящее время обогащение урана на промышленном уровне осуществляют в многоступенчатых разделительных установках каскадах, представляющих собой последовательно-параллельное соединение одиночных газовых центрифуг [20].

Простейший вариант разделительного каскада имеет два выходящих потока: в одном отбирают продукт (поток отбора), во втором получают фракцию, обеднённую целевым компонентом (отвал). На одну из промежуточных ступеней такого каскада, часто называемого ординарным, подают поток внешнего питания в виде газообразного соединения — гексафторида урана (UF₆) [21—24]. На рис. 1 представлена принципиальная схема подобного каскада.

В отличие от случая разделения изотопов природного урана обогащение 235 U в регенерате будет осложняться интенсивным обогащением 232 U, который является наиболее лёгким изотопом разделяемой смеси, его перенос в каскаде будет осуществляться вместе с 235 U к "лёгкому" (отборному) концу каскада. Также ввиду минимального различия массовых чисел изотопов 235 U, 234 U и 236 U вместе с 235 U к "лёгкому" концу каскада будут увлекаться и 234 U, и 236 U, что также будет приводить к росту их концентрации в HOУ. Таким образом, обогащение 235 U в ординарном каскаде будет приводить как к увеличению концентрации 232 U и росту связанной с ним активности продукта, так и к увеличению концентрации 234 U и 236 U [5].

Проиллюстрировать данное утверждение можно простой оценкой, вытекающей из условия баланса материальных потоков в каскаде.

Как известно, в стационарном режиме работы, в отсутствие потерь или источников ра-



Рис. 1. Схема симметрично-противоточного каскада: *F* — поток природного урана; *P* — поток отбора каскада; *W* — поток отвала каскада

бочего вещества внешние параметры трёхпоточного каскада подчиняются следующим условиям, выражающим закон сохранения вещества:

$$F = P + W;$$

$$FC_i^F = PC_i^P + WC_i^W, i = 1, 2, ..., m,$$
(1)

где C_i^F, C_i^P, C_i^W — концентрация компонентов в потоках *F*, *P* и *W* соответственно; *m* — число компонентов разделяемой смеси.

Очевидно, что в таком каскаде величина F всегда больше P, что не позволяет вернуть в цикл заданную и меньшую, чем величина P, массу регенерата.

В случае, если регенерат подаётся в каскад совместно с разбавителем, например, природным ураном [12], для такого каскада выполняется следующее соотношение:

$$FC_i^F + F_{\text{nat}}C_i^{F_{\text{nat}}} = PC_i^P + WC_i^W, \qquad (2)$$

где F_{nat} — поток природного урана с концентрацией компонентов $C_i^{F_{nat}}$, которая равна нулю для изотопов ²³²U, ²³³U, ²³⁶U. Следует отметить, что ²³³U является ещё одним искусственным изотопом урана, однако его присутствие не оказывает негативного влияния на характеристики НОУ. Напротив, его свойства близки к ²³⁵U, но в силу малости его содержания данным фактором можно пренебречь.

Очевидно, что изотоп ²³²U как наиболее легкий в разделяемой смеси будет наиболее интенсивно обогащаться в отборе каскада и обедняться в его отвале. При этом при типичных значениях концентрации ²³⁵U в отвале каскада (0,1—0,2%) для концентрации ²³²U в этом потоке будет справедливо условие $C_{232}^{W} \ll C_{232}^{F}$. Учитывая условие W < F, из со-

отношения (2) легко получить следующее:

$$C_{232}^{P}{}_{\mathrm{U}} \approx \frac{F}{P} C_{232}^{F}{}_{\mathrm{U}}.$$
 (3)

Из соотношения (3) следует, что если необходимо выполнить условие $F/P \approx 0.9$, что характерно для случая возврата регенерата из ОЯТ реакторов на тепловых нейтронах, то величина концентрации $C^P_{\scriptscriptstyle 232}$ может быть только больше соответствующего значения в исходном регенерате. По этой причине с использованием ординарного каскада "напрямую" возможно обогащение только некоторых составов регенерата. соответствующих малой (до 40 МВт сут/кг) глубине выгорания топлива и характеризующихся приемлемым содержанием изотопа ²³²U. Однако для современных величин глубины выгорания топлива концентрация ²³²U



Рис. 2. Схемы разбавления регенерата на основе одиночного каскада (Е — поток регенерированного урана)

даже в исходном регенерате может изначально превосходить величину ограничения. Например, это характерно для многократно рециклированного урана [25]. Изменить эту ситуацию невозможно ввиду отсутствия параметров, позволяющих уменьшать относительную концентрацию изотопов ²³²U и ²³⁵U одновременно с обогащением последнего (здесь и далее под относительной концентрацией компонентов понимаем отношение их абсолютных массоводолевых концентраций).

Известны модификации трёхпоточной схемы, принцип работы которых основан на разбавлении регенерата продуктами, не содержащими чётных изотопов. Например, такое разбавление можно осуществить на входе в каскад или на выходе из него (рис. 2) [26]. Более эффективным способом является подача потока разбавителя в промежуточное сечение каскада [12, 26], поскольку в этом случае возможно минимизировать потери работы разделения при смешивании потоков с различной концентрацией изотопа ²³⁵U (рис. 3). В качестве разбавителя может выступать как природный уран, так и любой другой продукт, не содержащий искусственных изотопов урана, например, обеднённый уран, либо низкообогащённый. Возможна также и их комбинация (рис. 4) [14].

Однако способы обогащения, представленные на рис. 2—4, во многом аналогичны по своей сути прямому обогащению регенерированного урана в трёхпоточном (ординарном) каскаде. Принципиальное отличие заключается лишь в том, что с помощью использования разбавителей удаётся снизить относительную концентрацию изотопов 232 U и 235 U в совокупном питании каскада. При этом в этих схемах отсутствуют параметры, позволяющие уменьшать относительную концентрацию указанных изотопов на ступенях обогатительной части каскада в процессе обогащения регенерата. Анализ уравнений баланса материальных потоков, аналогичный проделанному для ординарного каскада, показывает, что выполнение заданного условия на отношение потоков регенерата и продукта возможно только в том случае, если концентрация ²³²U в исходном регенерате не превышает требуемого ограничения на выходе из каскада. Однако результаты исследования процессов многократного рецикла урана показывают, что концентрация ²³²U в исходном регенерате, как правило, превышает допустимые ограничения уже начиная со второго рецикла [4]. Данное обстоятельство фактически делает невозможным полный возврат регенерата в воспроизводство топлива при замыкании цикла по урану с использованием схем, представленных на рис. 2—4.



Рис. 3. Схема каскада с двумя питаниями



Рис. 4. Схема каскада с тремя питаниями: F_1 — поток обеднённого урана; F_2 — поток природного урана; F_3 — поток регенерированного урана

Обогащение регенерата в двойных каскадах. Некоторые варианты решения проблемы чётных изотопов в регенерате могут быть основаны на использовании последовательного соединения ординарных каскадов — двойных каскадов [9, 16—18, 27, 28]. Основная идея применения такой каскадной схемы состоит в том, что за счёт наличия дополнительных потоков и, следовательно, большего количества управляющих процессом параметров возможно добиться концентрирования изотопов 232 U и 235 U в различных выходящих потоках.

На рис. 5 представлена схема одного из возможных вариантов двойного каскада для обогащения регенерированного урана. Принцип очистки и обогащения регенерата в таких каскадах состоит в следующем. В первом каскаде на "лёгком" конце обогащают ²³⁵U с одновременным ростом концентрации изотопов ²³²U и ²³⁴U, затем обогащённый указанными изотопами поток направляют на вход второго каскада, в котором данный продукт разделяют на лёгкую (²³²U, ²³³U, ²³⁴U) и тяжёлую (²³⁵U, ²³⁶U) группы. Причём содержание ²³⁶U отвечает условиям компенсации паразитного поглощения нейтронов.

Очевидным достоинством такой схемы является отсутствие расхода природного урана при получении продукта, удовлетворяющего требованиям по концентрации чётных изото-



Рис. 5. Схема двойного каскада для обогащения регенерированного урана: E_1 — поток регенерированного урана; P_1 — поток отбора первого каскада, выступающий питанием второго каскада; P_2 — поток отбора второго каскада; W_1 — поток отвала первого каскада; W_2 — поток тяжёлой фракции второго каскада, в котором получают товарный продукт

пов. При этом существенными недостатками являются:

 радиационное загрязнение обоих каскадов;

— получение высокообогащённого урана (в потоке P_2) с содержанием ²³⁵U на уровне 20% или выше на отдельных стадиях разделения [19], что усложняет ситуацию с соблюдением международных норм по обращению с делящимися материалами;

— данная схема не может обеспечить условие полного возврата материала в цикл, требуя для получения 1 кг товарного продукта в несколько раз большее количество регенерата.

Последний недостаток фактически означает невозможность решения задачи обогащения регенерированного урана в сформулированной в начале статьи наиболее общей постановке. Кроме того, это означает, что такая схема не сможет обеспечить наработку НОУ для загрузки одного реактора, использовав только регенерированный уран, полученный из ОЯТ этого же реактора. Следовательно, для обеспечения требуемой массы НОУ в загрузке реактора необходимо будет использовать, например, топливо из природного урана. Данное обстоятельство нивелирует главное достоинство двойного каскада, а именно отсутствие расхода природного урана, поскольку использование подобной схемы не сможет обеспечить загрузку реактора без использования добавленного топлива из природного урана, что заметно снижает его экономию, тем самым ставя данную каскадную схему в один ряд с модификациями трёхпоточного каскада.

Модификация двойного каскада, позволяющая решить задачу обогащения регенерированного урана с одновременным выполнением ограничений на чётные изотопы и условие полного возврата материала в цикл, описана в [19] (рис. 6).

Суть работы такой схемы заключается в следующем. В первом каскаде исходный материал обогащается по изотопам $^{232-236}$ U, во втором каскаде смесь делится на две фракции так, что на "тяжёлом" конце оказывается продукт с пониженным по отношению к питающей второй каскад смеси содержанием компонентов 232 U и 234 U. Таким образом, в первом каскаде в потоке P_1 обогащают лёгкие изотопы (в первую очередь $^{232-235}$ U). Концентрацию 235 U можно варьировать, однако целесообразно выбирать в диапазоне 5—20%, поскольку её величина должна быть больше требуемой с учётом того, что во втором каскаде получаемый продукт W_2



Рис. 6. Схема двойного каскада для рецикла регенерированного урана: F_0 — поток питания (природный уран) каскада для наработки НОУ-разбавителя; F_P — поток НОУ-разбавителя; P_0 — финальный продукт (товарный НОУ)

будет обеднён по ²³⁵U. Далее полученный обогащённый уран направляется на вход второго каскада, где он разделяется на две группы: в первой концентрируются преимущественно ^{232–235}U, во второй лёгкие изотопы обедняются одновременно со снижением концентрации ²³⁵U (на 0,5—1,5%). При этом концентрация ²³⁵U в потоке P_2 может быть доведена до значений, близких к 20%. В этом случае число ступеней в части каскада, заключённой между потоками $P_1 \equiv E_2$ и W_2 , будет в несколько раз меньше, чем в части между потоками E_2 и P_2 . При таких условиях поток тяжёлой фракции W_2 будет близок по величине к потоку питания второго каскада E_2 .

Отличие предлагаемой схемы от двойного каскада состоит в том, что поток W₂ не является конечным продуктом. Финальным шагом получения товарного продукта является разбавление потока W₂ сырьём, не содержащим искусственные изотопы урана с целью их разбавления и соответственно обеспечения заданных ограничений по ²³⁶U и ²³²U. Для выполнения условия полного возврата регенерата в цикл отношение потоков F_P и W₂ является предопределённым, поскольку при заданной концентрации выходящих потоков обоих каскадов известным является отношение потоков W_2 и E_1 , а отношение потоков исходного регенерата Е1 и товарного НОУ Ро задано условиями решаемой задачи. В этом случае единственным параметром, позволяющим влиять на концентрацию ²³⁵U в товарном продукте, является концентрация данного изотопа в разбавителе (в потоке F_p на

рис. 6). Таким образом, величину обогащения 235 U в потоке $F_{\rm p}$ подбирают для конкретных заданных внешних условий [19].

Очевидно, что поскольку питанием первого каскада является исходный регенерат, питанием второго — полученный из него среднеобогащённый регенерат, то поток тяжёлой фракции на выходе из второго каскада W₂ будет по величине в несколько раз меньше, чем исходный поток регенерата. Такая работа каскада обеспечивает перерасход регенерата на единицу продукта. Следовательно, поток разбавителя $F_{\rm p}$ должен в несколько раз превосходить по величине поток W₂. Однако, если в качестве разбавителя использовать, например, природный уран, это условие может привести к снижению концентрации ²³⁵U ниже требуемой величины. Если же в качестве разбавителя использовать низкообогащённый уран, то можно увеличить отношение потоков F_{p} и W_{2} , доведя до требуемого значения.

Такая схема близка к описанной в патенте [27]. Однако отличием предлагаемого двойного каскада является то, что ни в одном из каскадов в схеме не происходит превышение концентрации ²³⁵U выше значения 20%. При этом в схеме [27] концентрация ²³⁵U в потоке P_1 достигает 90% и более. Кроме того, величина отношения потоков E_1 и P_0 на рис. 6 всегда является строго заданной, что позволяет расходовать на получение заданного количества продукта требуемое количество регенерированного урана.

Согласно [19] схема, представленная на рис. 6, позволяет обогатить регенерированный уран, полученный после пяти рециклов в топливе реакторов BBЭР-1000 при соотношении расхода регенерата и продукта 0,93 и ограничении на концентрацию изотопа ²³²U 5·10⁻⁷%. Представляет интерес анализ возможности обогащения регенерата в такой схеме при заданном соотношении между массами исходного регенерата и продукта больше единицы. Такое заданное условие моделирует ситуацию обогащения и вовлечения в воспроизводство топлива регенерированного урана, накопленного к текущему моменту за период эксплуатации легководных реакторов. Дополнительный интерес представляет анализ поведения характеристик подобной схемы в зависимости от ограничений на концентрацию изотопа ²³²U в продукте.

Результаты и их обсуждение

Далее представлены результаты расчёта параметров модификации двойного каскада,

представленной на рис. 6, для различных ограничений на концентрацию изотопа 232 U в продукте, а также соотношения между расходами исходного регенерата и получаемым товарным HOУ.

Рассмотрим пример обогащения регенерированного урана, испытавшего несколько циклов облучения (табл. 1) [25]. Расчёты проведены при следующих условиях: обогащение по изотопу ²³⁵U составляло 4,95%; относительный коэффициент разделения компонентов ²³⁵UF₆ и ²³⁸UF₆ принят равным 1,2 [19]; предельно допустимая концентрация изотопа ²³²U в НОУ не должна превышать величины 5.10-7%, 2.10-7%, 1.10⁻⁷%; потеря реактивности из-за присутствия ²³⁶U скомпенсирована добавочным обогащением по ²³⁵U. Заданный расход регенерированного урана на единицу продукта принят равным 0,93 кг на 1 кг, 1,86 кг на 1 кг продукта. Цели расчётов: оценка возможности применения рассматриваемой схемы для указанных условий; оценка влияния изменения внешних условий на интегральные параметры рассматриваемого лвойного каскала.

Таблица 1. Состав обогащаемого регенерированного урана

Номер	Массовое	Концентрация %
компонента	число	Концентрация, л
1	232	1,03.10-6
2	233	1,30.10-6
3	234	3,91.10-2
4	235	1,07
5	236	1,45
6	238	Остальное

В качестве расчётной модели в настоящей работе использована модель "квазиидеального"

каскада [29] с несмешиванием по относительным концентрациям выбранной пары компонентов (R-каскада) [20]. Ключевые интегральные характеристики для сравнения: удельный расход природного урана, удельные затраты работы разделения и отношение потоков P_2/P_0 .

В табл. 2 представлены результаты расчёта изотопных составов, в табл. 3 — удельный расход природного урана и интегральные характеристики экономии природного урана и перерасхода работы разделения по сравнению с ординарным каскадом, питаемым природным ураном, получающим продукт с эквивалентной эффективной концентрацией ²³⁵U.

Далее представлены соотношения получаемого загрязнённого потока P_2 к итоговому продукту P_0 .

для различных условии							
Массовое	Ограничение по изотопу ²³² U,						
Maccoboe	$ imes 10^7$ %						
число	1	2	5				
	Случай 1 (1	$E_1/P_0 = 0,93$	_				
232	1,00.10-7	2,00.10-7	5,00·10 ⁻⁷				
233	2,12.10-7	3,62.10-7	$7,41 \cdot 10^{-7}$ $6,21 \cdot 10^{-2}$ $5,14$ $6,61 \cdot 10^{-1}$				
234	4,90.10-2	5,30·10 ⁻²					
235	5,06	5,09					
236	3,70.10-1	4,67.10-1					
	Случай 2 (Л	$E_1/P_0 = 1,86$)					
232	1,00.10-7	2,00.10-7	5,00.10-7				
233	2,40.10-7	4,12·10 ⁻⁷	8,55·10 ⁻⁷				
234	5,09.10-2	5,60·10 ⁻²	6,79·10 ⁻²				
235	5,10	5,15	5,24				
236	5,26.10-1	6,73·10 ⁻¹	9,85·10 ⁻¹				

Таблица 2. Изотопные составы продукта
в модифицированном двойном каскаде

T	аблица	a 3.	. V	Інтегралі	ьные і	параметры	рассм	латриваемог	о двойного	каскада	для р	азличных	внешних
								иопорий					

		условии	1	1			
Концентрация ²³⁵ U в Линования Сонстрания ²³⁵ U в природного урана, %		Перерасход работы разделения ¹ , %	P_{2}/P_{0}	Ограничение по изотопу ²³² U, 10 ⁷ %			
		Случай 1 ($E_1/P_0 = 0,93$)					
11	4,9	17,2	0,02785	1			
10	6,7	14,7	0,02201	2			
8	10,3	9,7	0,01038	5			
		Случай 2 (<i>E</i> ₁ / <i>P</i> ₀ = 1,86))				
13	6,7	39,1	0,06648	1			
12	9,3	35,5	0,05798	2			
10	14,8	27,8	0,04005	5			
¹ В рамках данной статьи под работой разделения подразумевается условная величина, пропорциональная числу газовых центрифуг в каскаде.							

Концентрацию 235 U в потоке P_1 варьировали в пределах 5-20% с шагом 1%, в качестве рабочего значения для каждого случая выбирали величину, обеспечивающую выполнение ограничения на содержание ²³⁵U в разбавителе, полученном из природного урана, не более 5,0%. Предварительные расчёты показали, что для такого значения будет наблюдаться минимум затрат работы разделения, расхода природного урана и отношения потоков Р2/Р0. Последнее условие означает, что будет произведено наименьшее количество загрязнённого 232,234 U изотопами материала P_2 , хранение которого требует определённых процедур, поскольку он представляет собой повышенную по отношению к штатным отходам разделительных производств опасность. При этом в каждом каскаде были выбраны следующие пары компонентов, по которым было выполнено условие несмешивания их относительных концентраций: первый каскад ²³⁵U/²³⁶U, второй каскад ²³⁵U/²³⁴U. Отметим, что приведённые примеры являются иллюстративными, в дальнейшем планируется разработка алгоритма оптимизации параметров данной схемы по различным критериям эффективности.

Анализ результатов табл. 2 и 3 показывает, что рассматриваемая модификация двойного каскада позволяет многократно обогатить рециклированный уран при различных внешних ограничениях, касающихся концентрации ²³²U в продукте и величины потока возвращаемого в воспроизводство топлива регенерированного урана. При этом уменьшение допустимой концентрации ²³²U в продукте при фиксированном отношении исходный регенерат/товарный НОУ обусловливает существенное снижение экономии природного урана и изменение числа центрифуг в каскадной схеме. Например, при отношении $E_1/P_0 = 0.93$ экономия природного урана уменьшилась, а перерасход работы разделения увеличился примерно в 2 раза при изменении ограничения на 232 U от $5 \cdot 10^{-7}$ до $1 \cdot 10^{-7}$. Однако введение более жёстких ограничений на ²³²U способствовало одновременному снижению концентрации и остальных чётных изотопов в получаемом продукте, особенно ²³⁶U. Данный фактор является положительным в случае многократного решиклирования урана. поскольку будет обеспечивать меньшее содержание ²³²U на последующих рециклах [30].

В дальнейшем отдельного изучения требует вопрос оптимального выбора концентрации в потоке *P*₂ второго каскада. В рамках настоящей работы рассматривали случай, когда данная концентрация не превышала 20%, что соответствует "порогу", принятому МАГАТЭ для материала прямого использования [31]. Однако в некоторых работах, в которых рассматривают двойные каскады для обогащения регенерата, указанная концентрация заметно (в 2 раза и более) превышает величину 20%. Увеличение данной концентрации, очевидно, может уменьшить количество получаемого радиоактивного отхода, а также обеспечить более эффективное удаление ²³²U из продукта.

Заключение

В работе проанализировано влияние ограничений на чётные изотопы урана при выборе схемы его обогащения. Выявлены физические причины невозможности обогащения регенерированного урана, прошедшего несколько рециклов в топливе легководных реакторов, с использованием трёхпоточного каскада, его простейших модификаций и базовых вариантов двойного каскада.

Показано, что использование модифицированного двойного каскада с добавленным потоком НОУ-разбавителя для перемешивания с одним из выходящих потоков второго каскада позволяет успешно обогащать многократно рециклированный уран с максимальным возвратом его в воспроизводство при различных ограничениях на концентрацию изотопа ²³²U в продукте, включая более строгие ограничения, чем приняты в настоящее время на заводах по фабрикации топлива для реакторов на тепловых нейтронах.

Работа выполнена при поддержке НИЦ "Курчатовский институт" (приказ о проведении НИР № 1879 от 22.08.2019).

Список литературы

1. Андрианова Е.А., Давиденко В.Д., Цибульский В.Ф. Перспективные топливные загрузки реакторов для замкнутого топливного цикла ядерной энергетики. — Атомная энергия, 2015, т. 118, вып. 5, с. 243—247.

2. **Орлов А.А., Кравченко А.В., Титов Е.С., Лебе***дев А.Я.* Обзор перспективных методов рециркуляции урана в ядерно-топливном цикле. — Известия вузов. Физика, 2015, т. 58, № 2/2, с. 35—40.

3. Павловичев А.М., Павлов В.И., Семченков Ю.М. и др. Нейтронно-физические характеристики активной зоны ВВЭР-1000 со 100%-ной загрузкой топливом из регенерированного урана и плутония. — Атомная энергия, 2006, т. 101, вып. 6, с. 407—413. 4. Бландинский В.Ю., Гроль А.В., Дудников А.А., Невиница В.А., Фомиченко П.А., Смирнов А.Ю., Сулаберидзе Г.А. Согласованный подход к моделированию выгорания топлива при облучении и молекулярно-селективных процессов в разделительном каскаде для оценки перспектив раздельного рецикла регенерированного урана в легководном реакторе. — ВАНТ. Сер. Ядерно-реакторные константы, 2018, вып. 1, с. 65—72.

5. Смирнов А.Ю., Сулаберидзе Г.А., Алексеев П.Н., Дудников А.А., Невиница В.А., Просёлков В.Н., Чибиняев А.В. Эволюция изотопного состава регенерированного урана при многократном рецикле в легководных реакторах с подпиткой природным ураном. — ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2010, вып. 4, с. 70—80.

6. *Hida K., Kusuno S., Seino T.* Simultaneous evaluation of the effects of ²³²U and ²³⁶U on uranium recycling in boiling water reactors. — Nuclear Technology, 1986, vol. 75, p. 148—59.

7. *Coleman J.R., Knight T.W.* Evaluation of multiple, self-recycling of reprocessed uranium in LWR. — Nuclear Engineering and Design, 2010, vol. 240, p. 1028—1032.

8. Кислов А.И., Титов А.А., Дмитриев А.М., Синцов А.Е., Романов А.В. Радиационные аспекты использования регенерированного урана на ОАО "МСЗ" при производстве ядерного топлива. — Ядерная и радиационная безопасность, 2012, специальный выпуск.

9. Прусаков В.Н., Сазыкин А.А., Соснин Л.Ю., Утробин Д.В., Чельцов А.Н. Коррекция изотопного состава регенерированного урана по ²³²U центробежным методом с введением газа-носителя. — Атомная энергия, 2008, т. 105, вып. 3, с. 150—156.

10. Смирнов А.Ю., Сулаберидзе Г.А., Невинииа В.А. и др. Каскадные схемы в задачах исследования закономерностей изменения изотопного состава многократно регенерированного урана. — Ядерная физика и инжиниринг, 2012, т. 3, вып. 5, с. 396— 403.

11. *Палкин В.А.* Очистка регенерированного урана в каскадах с обогащением ²³⁵U до 5. — Атомная энергия, 2013, т. 115, вып. 1, с. 28—33.

12. Sulaberidze G.A., Borisevich V.D., Xie Q.X. Quasiideal cascades with an additional flow for separation of multicomponent isotope mixtures. — Theoretical Foundations of Chemical Engineering, 2006, vol. 40, $N \ge 1$, p. 5—14.

13. *Палкин В.А.* Разделение изотопов урана в каскаде с промежуточным отбором. — Перспективные материалы, 2010, вып. 8, с. 11—14.

14. *Смирнов А.Ю., Сулаберидзе Г.А.* Обогащение регенерированного урана с одновременным разбавлением ^{232–236}U природным сырьем и отвальным ураном. — Атомная энергия, 2014, т. 117, вып. 1, с. 36—42.

15. *Palkin V.A.* Purification of depleted uranium hexafluoride in a cascade with intermediate product flow. — Atomic Energy, 2015, vol. 118, № 3, p. 191—195. 16. *Палкин В.А.* Применение квазиидеальных каскадов и операции разбавления для очистки регенерированного гексафторида урана. — Атомная энергия, 2016, т. 121, вып. 3.

17. *Palkin V.A., Maslyukov E.V.* Purification of reprocessed uranium in an additional product flow of a matched abundance ratio cascade and its enrichment in an ordinary cascade. — Theoretical Foundations of Chemical Engineering, 2016, vol. 50, N_{\odot} 5, p. 711—717.

18. *Palkin V.A.* Purification of regenerated uranium in a two-cascade scheme using intermediate product extraction in one of the cascades. — Atomic Energy, 2016, vol. 121, $N_{\rm P}$ 1, p. 43—47.

19. Смирнов А.Ю., Гусев В.Е., Сулаберидзе Г.А., Невиница В.А., Фомиченко П.А. Обогащение регенерированного урана в двойном каскаде газовых центрифуг с его максимальным возвратом в воспроизводство топлива. — Вестник Национального исследовательского ядерного университета "МИФИ", 2018, т. 7, вып. 6, с. 449—457.

20. *Сулаберидзе Г.А., Палкин В.А., Борисевич В.Д. и др.* Теория каскадов для разделения бинарных и многокомпонентных изотопных смесей. Учебное пособие. Под ред. профессора В.Д. Бормана. — М.: НИЯУ МИФИ, 2011.

21. *Orlov A.A., Tsimbalyuk A.F., Malyugin R.V.* Desublimation for purification and transporting UF₆: process description and modeling. — Separation and Purification Reviews, 2016, vol. 46:1, p. 81—89.

22. Orlov A.A., Malyugin R.V. Way to obtain uranium hexafluoride. — Advanced Materials Research, 2015, vol. 1084, p. 338—341.

23. **Орлов А.А., Цимбалюк А.Ф., Малюгин Р.В.** Математическое моделирование процесса десублимации газообразного гексафторида урана на предприятиях по обогащению урана. — Вестник Национального исследовательского ядерного университета "МИФИ", 2016, т. 5, вып. 6, с. 558—563.

24. **Орлов А.А., Малюгин Р.В.** Анализ способов получения гексафторида урана, очистки его от примесей и заполнения в транспортные емкости. — Современные наукоемкие технологии. Региональное приложение, 2014, вып. 3 (39), с. 89—98.

25. *Palkin V.A., Smirnov A.Yu., Sulaberidze G.A.* Design-analytical research of a refinement of the recycled uranium from ²³⁶U isotope by use of the Q-cascade. — In: Proc. of SPLG-2010. Saint-Petersburg, Russia, 13—18 June, 2010, p. 142—149.

26. Сулаберидзе Г.А., Борисевич В.Д., Цюаньсинь Се. О некоторых разделительных проблемах при вовлечении регенерированного урана в топливный цикл. — В сб.: IX Всерос. научн. конф. "Физико-химические процессы при селекции атомов и молекул". Звенигород, 4—8 октября 2004 г. — М.: ЦНИИатоминформ, ТРИНИТИ, Троицк, 2004.

27. Журин В.А., Водолазских В.В., Щелканов В.И., Палкин В.А., Глухов Н.П., Фомин А.В. Способ изотопного восстановления регенерированного урана. Патент RU 2399971 C1, 17.07.2009. 28. Водолазских В.В., Козлов В.А., Мазин В.И., Стерхов М.И., Шидловский В.В., Щелканов В.И. Способ изотопного восстановления регенерированного урана. Патент RU 2282904 C1, 27.08.2006 (в настоящее время может не действовать).

29. Сазыкин А.А. Квазиидеальные каскады для разделения многокомпонентных смесей изотопов. — В сб.: Доклады 5-й Научной конференции "Физикохимические процессы при селекции атомов и молекул". Звенигород, ЦНИИатоминформ, 2000, с. 51— 57.

30. Смирнов А.Ю., Сулаберидзе Г.А., Дудников А.А., Невиница В.А. Обогащение регенерированного урана в каскаде газовых центрифуг с одновременным разбавлением ^{232,236}U отвальным и низкообогащенным ураном. — Атомная энергия, 2015, т. 119, вып. 4, с. 237—240.

31. Nevinitsa V.A., Ponomarev-Stepnoi N.N., Smirnov A.Yu., Sulaberidze G.A. et. al. The concept of the use of recycled uranium for increasing the degree of security of export deliveries of fuel for light water reactors. — Physics of Atomic Nuclei, 2010, vol. 73, № 14, p. 2264—2270.

Контактная информация — Смирнов Андрей Юрьевич, доцент, старший научный сотрудник, тел.: 8 (495) 788-56-99, доб. 95-82, e-mail: a.y.smirnoff@rambler.ru, Сулаберидзе Георгий Анатольевич, доцент, тел.: 8 (495) 788-56-99, доб. 95-82, e-mail: sula39@mail.ru, Гусев Владислав Евгеньевич, аспирант, тел.: 8 (916) 497-71-68, e-mail: gusevvlad13@mail.ru

Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2020, вып. 1, с. 87—96.

Семинар "Физика ядерных реакторов"

Начиная с 1999 г., в НИЦ "Курчатовский институт" работает семинар "Физика ядерных реакторов", тематика которого по факту не ограничивается заявленной в его названии. Руководитель семинара — начальник Отдела физики ядерных реакторов С.М. Зарицкий.

К моменту выхода в свет настоящего номера журнала состоялись 192 заседания семинара.

Семинар проходит по пятницам, в 11-00, в конференц-зале здания № 158, помещение 412. Сотрудники внешних организаций проходят на территорию НИЦ "Курчатовский институт" по списку. Заявки на включение в список принимает Старостина Елена Анатольевна по телефону 8(499)196-71-98 или по электронной почте zaritskiy_sm@nrcki.ru.

Информация о семинаре размещается на сайте НИЦ "Курчатовский институт" (www.nrcki.ru), публикуется в журнале "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Физика ядерных реакторов", а также рассылается участникам семинара.

Предыдущая статья о семинаре была опубликована в выпуске 5 журнала за 2019 г. С момента выхода в свет выпуска 5 состоялись три заседания семинара.

190-е заседание, 20 декабря 2019 г. (около **200** участников из НИЦ "Курчатовский институт" и 27 других организаций).

Тема: Современные нейронные сети: успехи, перспективы и сверхзадачи.

Докладчики: В.С. Смолин, Л.П. Басс (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН).

В докладе обсуждались следующие вопросы:

1. Краткая история нейронных сетей.

2. Отличие сетей формальных нейронов от биологических нервных систем.

3. Электронная техника для нейровычислений и перспективы её развития.

4. Классы решаемых в настоящее время задач.

5. Обучение нейронных сетей.

6. Архитектура нейронных сетей.

7. Направления развития теории нейронных сетей.

8. Гонка за "слабым" и "сильным" искусственным интеллектом.

9. Социальные последствия.

10. Кто лидер гонки?

11. Политика РФ: финансирование разработок и исследований, подготовка кадров, внедрение в управление и народное хозяйство.

12. Литература — основные книги.

Кратко обсуждалась возможность применения нейронных сетей в численных методах теории переноса.

191-е заседание, 14 февраля 2020 г. (более **100** участников из НИЦ "Курчатовский институт" и 23 других организаций).

Были представлены два доклада:

1. Раннее обнаружение аварийных ситуаций по мониторингу аэрозолей.

Авторы: П.А. Александров, В.И. Калечиц, Е.С. Хозяшева (НИЦ "Курчатовский институт").

Представлен цикл работ, в которых предложена и экспериментально обоснована принципиально новая система раннего обнаружения аварийных и предаварийных состояний, базирующаяся на мониторинге аэрозольной составляющей воздуха в помещениях и использующая принцип регистрации отдельных аэрозольных частиц.

Систему предлагается использовать для раннего обнаружения течей и дефектов паропроводов, контроля электрооборудования, контроля эффективности воздушных фильтров (в том числе на АЭС), контроля механических свойств металлов, взрывоопасности угля, обнаружения дефектов критических строительных конструкций — фундаментов, плотин и др., контроля сейсмической активности, контроля загрязнений (в том числе микробиологических, включая споры грибов) воздушной среды космических аппаратов.

2. Ядерная энергетика в 2019 году.

Авторы: А.Ю. Гагаринский, И.В. Гагаринская (НИЦ "Курчатовский институт").

192-е заседание, 13 марта 2020 г. (около **80** участников из НИЦ "Курчатовский институт" и 14 других организаций).

Тема: О необходимом потенциале аварийного реагирования для защиты населения, проживающего вблизи АЭС Поколения III и III+.

Докладчик: В.А. Кутьков (НИЦ "Курчатовский институт").

Обсуждена связь между безопасностью АЭС и защитой населения в случае ядерной аварийной ситуации. Представлена оценка необходимого объёма аварийного планирования и потенциала аварийного реагирования для защиты населения, проживающего вокруг АЭС, проект которой отвечает требованиям МАГАТЭ и признаётся безопасным согласно Требованиям европейских эксплуатирующих организаций (EUR). Рассмотрены возможные последствия для общества в целом при переходе АЭС, отвечающей критериям безопасности EUR и МАГАТЭ, в тяжёлое запроектное состояние. В качестве примера рассматриваются результаты оценки МАГАТЭ проекта Белорусской АЭС и действия компетентных органов Беларуси по обеспечению аварийной готовности и реагирования на тяжёлую запроектную аварию на БелАЭС в соответствии с Общими требованиями безопасности МАГАТЭ.

Содержание выпусков журнала "Вопросы атомной науки и техники. Серия: Физика ядерных реакторов" в 2019 г. Contents of the "Problems of Atomic Science and Engineering. Series: Physics of Nuclear Reactors" Issues in 2019.

Содержание выпуска 1 (2019)

Куликов В.И., Жылмаганбетов Н.М., Попыкин А.И., Смирнова А.А. Использование решений сопряжённых задач для расчёта и расчётного моделирования измерений больших реактивностей 4

Contents of the Issue 1 (2019)

Skorokhodov D.N. Program Hortitsa-M. Determination of Core Power Distribution with In-Core Detectors.....59

Contents of 2018 Year Issues106

Содержание выпуска 2 (2019)

Сиряпин В.Н., Закутаев М.О., Увакин М.А., Сиряпин Н.В., Быков М.А. Определение погрешности расчетного кода по результатам экспериментов......47

Contents of the Issue 2 (2019)

Puzanov D.N., Vyalytsyn D.V., Chekunov A.I. Calculation of the Drop Time of VVER Reactor Rod Control Assemblies Taking into Account the FA Distorted State in the Core. Code CORE_1......70

Andrianova O.N., Dulin V.A., Dulin V.V. Assessment of the Marginal Value of Neutron Multiplication Factor for the Radioactive Waste Receiver Tank......100

Содержание выпуска 3 (2019)

Семинар "Физика ядерных реакторов" 86

Содержание выпуска 4 (2019)

Contents of the Issue 3 (2019)

Lomakov G.B., Manturov G.N. Comparison of Characteristics of Material Attenuating Properties in Modern

Melekhovets A.Y., Pyshin I.V. Corrosion Mechanisms of VVER Fuel Elements (Review)67

Seminar "Physics of Nuclear Reactors" 86

Contents of the Issue 4 (2019)

Marshalkin V.E. Advantages of thorium-uraniumplutonium fuel cycle in the future nuclear power industry over the current uranium-plutonium fuel cycle19 Пикулев А.А., Влох Г.В., Фролова С.В., Цветков В.М., Лимарь Ю.М. Определение энерговклада в кюветах лазеров с ядерной накачкой71

Эверт М.Ю., Луценко А.В., Осеев Ю.В., Касьянов С.Ю., Андреев С.А. Модернизация системы управления и защиты импульсного реактора БАРС-5М120

Литвин В.И., Самойлова Л.Ю., Зайцев Д.В., Подъезжих А.Л., Хмельницкий Д.В. Сравнение расчетных и экспериментальных результатов по определению чисел реакций в детекторах из урана и никеля на комплексе БАРС-5М+РУН-2126

Ганичев А.Н., Волокитин Н.И., Москвин Н.И. Пневматический привод исполнительного механизма системы управления исследовательским импульсным реактором БР-К1154 *Glukhov L.Yu., Kotkov S.P., Kubasov A.A., Melnikov S.F., Olovyanny O.V.* Pulsed operation of reactor VIR-2M. Enhancement of performance capabilities .114

Evert M.Yu., Lutsenko A.V., Oseyev Yu.V., Kasyanov S.Yu., Andreyev S.A. Reconstruction of control and protection system for pulsed reactor BARS-5M120

Содержание выпуска 5 (2019)

Семинар "Физика ядерных реакторов"84

Contents of the Issue 5 (2019)

Degtyarev A.M., Myasnikov A.A., Trofimova T.E., Seryanina O.A. Accounting for Spatial Effects in Determining the Subcriticality Using Reactor Noise 4

Seminar "Physics of Nuclear Reactors"84



АЛЕКСЕЙ ВЛАДИМИРОВИЧ МОРЯКОВ

15.02.1958-19.04.2020

19 апреля 2020 года скончался Алексей Владимирович Моряков, ведущий научный сотрудник отдела физики ядерных реакторов Курчатовского института, где с 1981 года, после окончания МИФИ, прошла вся его трудовая жизнь.

Ушёл яркий, активный человек, специалист высокой квалификации, исключительно самостоятельный в работе, смелый в постановке задач, настойчивый в поиске их решения.

Алексей Владимирович принял активное участие в исследованиях Курчатовского института по реакторной дозиметрии и радиационной защите ВВЭР и реакторов других типов, в том числе в расчётно-экспериментальных исследованиях в рамках международных проектов. Но особенно ярко он проявил себя как первопроходец использования параллельных вычислений на мультипроцессорных суперкомпьютерах для решения важных задач физики ядерных реакторов и переноса излучений. Он начал заниматься параллельными вычислениями еще в 1990-е годы, когда в силу отсутствия, по крайней мере, в России возможности высокоскоростного обмена информацией между процессорами перспективы этого направления были совершенно не ясны. За эту деятельность не было ни материального поощрения, ни широкого признания в сообществе. Параллельными машинами занимались только из благородной любознательности и энтузиазма.

Алексей Владимирович разработал оригинальные эффективные методики и первые в России программы для расчёта ядерных реакторов и радиационной защиты на суперкомпьютерах. Использование этих подходов позволяет многократно повысить эффективность исследований и детальность результатов расчётов.

Работы этого периода нашли отражение в его диссертации на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук, которую он защитил в 2011 году.

После этого он продолжил успешно развивать новые подходы в других областях реакторных расчётов, обратившись к решению нестационарных задач.

Алексей Владимирович разработал оригинальный метод решения линейной задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений большой размерности с использованием параллельных вычислений. Метод позволяет эффективно решать на параллельных ЭВМ некоторые виды жёстких систем ОДУ. Предложенный метод им был использован при решении различного рода задач, описывающих динамические процессы системой дифференциальных уравнений: задач массопереноса радиоактивных продуктов деления и продуктов коррозии по контурам ядерных энергетических установок, нестационарных задач теплопроводности, задач пространственной кинетики реакторов. Алексей Владимирович предложил также метод численного решения задачи Коши для систем обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с заданной точностью на больших отрезках времени с минимизацией вычислительных затрат.

В последнее время Алексей Владимирович участвовал в создании новых методов, алгоритмов и программ для решения задач молекулярной динамики (моделирование динамики большого ансамбля взаимодействующих частиц). Здесь было полностью востребовано его необычайное искусство находить оптимальные пути распараллеливания алгоритмов.

Результаты работ Алексея Владимировича отражены в многочисленных публикациях и широко известны специалистам, среди которых он пользовался заслуженным большим авторитетом.

В 2013 году он был удостоен Премии им. И.В. Курчатова НИЦ "Курчатовский институт" за цикл работ "Создание методик и вычислительных программ для расчёта переноса излучений на основе параллельных вычислений".

Алексей Владимирович был человеком быстрых решений и быстрых действий. Он ничего не делал "в полруки", и что бы он ни делал, он делал это профессионально и с поразительной быстротой — ремонтировал ли автомобили, занимался ли строительством или рыбной ловлей, писал формулы или программировал.

В работе с коллегами и студентами он демонстрировал безотказность и ответственность в том, что касалось помощи и участия. Это было одним из проявлений его натуры как человека открытого, доброжелательного, чрезвычайно ответственного и надёжного, всегда готового откликнуться на просьбу о помощи или на предложение о сотрудничестве. Он был очень востребован, его способности, знания и умения, его профессионализм в различных областях и стремительный стиль работы были востребованы различными коллективами специалистов в Курчатовском и в других институтах, с которыми он плодотворно сотрудничал.

Уход Алексея Владимировича оставил зияющую брешь в нашем сообществе.

Правила оформления статей

При подготовке статьи в сборник автор должен руководствоваться стандартом "Оригиналы авторские и текстовые издательские" (ОСТ 29.115—88). К авторским оригиналам, передаваемым для издания, предъявляются следующие требования:

1. Экземпляр статьи должен быть первым, отпечатан на одной стороне листа формата A4 **шрифтом № 12 через 2 интервала**. Статья должна быть составлена в следующем порядке: индекс УДК; заглавие; инициалы и фамилии авторов; место работы каждого автора с почтовым адресом; аннотация (не более 10 строк); ключевые слова — всё перечисленное на русском и английском языках; текст; список литературы; таблицы; рисунки; подрисуночные подписи (на отдельном листе).

2. Статья должна также предоставляться обязательно в виде электронной версии обычным шрифтом № 12 Times New Roman, межстрочный интервал — одинарный, в редакторе Word 97 или более поздних версий. Текст не форматируется, в качестве имени файла используется ФИО первого автора статьи. Кавычки в тексте ставятся при английской раскладке клавиатуры ("…").

3. Содержание статьи должно быть кратким и чётким. Исключаются общие рассуждения, известные положения. Не допускается дублирование материала в тексте, таблицах, подрисуночных подписях. Необходимо соблюдать единообразие в написании терминов, наименований физических величин и единиц измерения, условных обозначений, сокращений, символов. Наименования и обозначения единиц физических величин необходимо приводить в системе СИ.

Необходимо обращать внимание на написание прописных и строчных букв: русские и греческие буквы (α , β , γ , ϕ и т.д.) набираются прямо, а латинские (x, y, z, w и т.д.) — курсивом. Те же требования в обозначениях нужно соблюдать при написании индексов и степеней в формулах. Обозначения матриц и векторов набираются полужирным шрифтом прямо. Формулы, включённые в текст, следует набирать без увеличения интервала между строками, например b/d, $\exp(x/e)$.

4. Таблицы нумеруются, каждая таблица должна иметь заголовок. Сокращения в графах таблицы не допускаются. В тексте необходимы ссылки на все таблицы. Каждая таблица печатается на отдельном листе, а в электронном виде представляется в отдельном файле.

5. Формулы нумеруются арабскими цифрами, номер ставится с правой стороны колонки в круглых скобках. Нумеровать следует только те формулы и уравнения, на которые есть ссылка в последующем изложении. Формулы выполняются в редакторе MathType при

невозможности набора на клавиатуре ($x_n^2, y_m^n, \sqrt{x}, \int_0^1 x, \frac{1}{y}$ и т.д.). Подстрочные и надстрочные

индексы вводятся с клавиатуры (x_3 , км² и т.д.), греческие буквы вставляются через Меню Вставка \rightarrow символ. Не принимаются статьи, в которых формулы набраны в других редакторах.

6. В печатном тексте статьи рисунок обязательно представляется на отдельном листе формата не более А4. На рисунках допускается минимальное число обозначений — краткие цифровые (по порядку номеров слева направо или по часовой стрелке) или буквенные обозначения; эти обозначения набираются курсивом. Все пояснения выносятся в подрисуночные подписи. Внутренние надписи на рисунках набираются шрифтом \mathbb{N} 10. Внизу каждого рисунка должны быть приведены его номер и подрисуночная подпись шрифтом \mathbb{N} 10. При наличии нескольких различных графиков на одном рисунке каждый из них обозначается русскими буквами курсивом *a*, *б*, *в* и т.д. и расшифровывается (весь шрифт Times New Roman).

В электронном виде рисунки представляются в отдельных файлах, выполненные в формате *jpg, tif.* Рисунки в Word не вставлять, кроме случаев, когда они изначально

выполнены в Word. Рисунки оформляются так, чтобы они были пригодны для публикации в чёрно-белом исполнении в переводной англоязычной версии журнала.

7. Ссылки на литературу в тексте даются по порядку арабскими цифрами в квадратных скобках. Список литературы составляется в той же последовательности, в которой приводятся ссылки на литературу. Фамилии и инициалы авторов набираются полужирным курсивом.

8. Список литературы следует оформлять в соответствии с Государственным стандартом "Библиографическая ссылка" (ГОСТ Р 7.0.5—2008), в частности, необходимо указать:

а) для журнальных статей — фамилии и инициалы всех авторов, название статьи, название журнала (без кавычек), год, том, выпуск, номер, страницы;

б) для книг — фамилии и инициалы всех авторов, полное название книги, место издания, издательство (без кавычек), год издания;

в) для авторефератов диссертаций — фамилию и инициалы автора, название автореферата диссертации, на соискание какой учёной степени написана диссертация, место и год защиты;

г) для препринтов — фамилии и инициалы **всех** авторов, название препринта, наименование издающей организации, шифр и номер, место и год издания;

д) для патентов — фамилии и инициалы **всех** авторов, название патента, страну, номер и класс патента, дату и год заявления и опубликования патента;

е) для отчётов — фамилии и инициалы всех авторов, название отчета, инвентарный №, наименование организации, год выпуска;

ж) для электронных источников — полный электронный адрес (включая дату обращения к источнику), позволяющий обратиться к публикации.

9. В конце текста указывается контактная информация об авторах статьи: фамилия, имя и отчество (полностью), должность, телефон, e-mail.

ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ

Серия: Физика ядерных реакторов

Выпуск 1

Ответственный за выпуск С.М. Зарицкий (тел./факс: (499)196-71-98, e-mail: zaritskiy_sm@nrcki.ru) Редактор Н.В. Бокша Компьютерная верстка Л.Ю. Свирская

Подписано в печать 10.07.20. Формат 70×108/16 Печать цифровая. Усл. печ. л. 13,5. Тираж 256. 14 статей. Заказ 10

> Отпечатано в НИЦ "Курчатовский институт" 123182, Москва, пл. Академика Курчатова, 1